測圓海鏡細草

一

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

測圓海鏡細草

(一)

李冶撰

本館據知不足齋
叢書本排印初編
各叢書僅有此本

重刻測圓海鏡細草序

測圓海鏡。何爲而作也。所以發揮立天元一之術也。算數之書。九章尙已。少廣著開方之法。方程別正負之用。立天元一者。融會少廣方程而加精焉者也。李敬齋自序。稱老大以來。得洞淵九容之說。日夕玩繹。而鄉之病我者。使爆然落去。而無遺餘。蓋其精心孤詣。積累數十年。而後能神明變化。無不如志。若此。洎乎明代。算學衰歇。顧箸溪應祥、作測圓海鏡分類釋術、測圓算術、等書。以立天元一無下手之處。每章輒刪去細草。而但演開帶從諸乘方法。舍其本而求其末。不知妄作之罪。應祥實無可辭焉。國朝梅文穆公、肆業蒙養齋。親受聖祖仁皇帝指示算法。始悟西人所譯借根方。卽古立天元一之術。流入彼中者。於所著赤水遺珍中。論之甚悉。於是立天元術。又得章明。文穆之功。斯爲鉅矣。其爲術也。廣大精微。無所不包。大之而躔離度數。小之而米鹽淩雜。凡它術所能御者。立天元皆能御之。它術所不能御者。立天元獨能御之。自古天文家。若元郭太史守敬。所造授時術。中法號爲最密。而其求周天弧度。以三乘方取矢。亦用立天元術。載在授時術草者。可覆而按。則其爲用。亦神矣哉。以元論之。又非獨如是已也。今歐邏巴本輪均輪攝圓地動諸法。其密合無以加矣。原其推步之密。由於測驗。測驗旣精。濟以算術。則有弧三角法。所以算弧三角者。則有八線表。所以立八線表者。則先求六等邊四等邊以至十八十四等邊。其求十八等

邊十四等邊二法。則用益實減實歸除。所謂益實減實歸除者。究其實。即借根方。借根方。即立天元一。然則西法之精符天象。獨冠古今。亦立天元術有以資之也。試以是書所列一百七十問。反覆研究。考之於二千年以來相傳之五曹孫子諸經。蓋無以逾其精深。又證之以數萬里而外譯譔之同文算指諸編。實不足擬其神妙。而後知立天元者。自古算家之祕術。而海鏡者。中土數學之寶書也。惜流傳之本。不可多得。元視學浙江。從文瀾閣四庫全書中。鈔得一本。寧波教授丁君小雅杰又以所藏舊本見贈。但通之者鮮。細草多譌。因屬元和李君尚之銳算校一過。其文字隱奧難曉。及立術於率不通者。李君又雜記數十條於書之上下方。蓋敬齋此書。爲數百年絕學。元知學友中。惟尚之獨能明之。其精通妙悟。即今之敬齋也。且其所以發明古人之術。闡繹聖祖之言者。爲功亦鉅矣哉。歙縣鮑君以文廷博請以是書刊入知不足齋叢書第二十集。即以畀之。及其刻成。而爲序之如此。

嘉慶三年正月乙酉內閣學士兼禮部侍郎文淵閣直閣事儀徵阮元序

測圓海鏡序

數本難窮。吾欲以力強窮之。彼其數不惟不能得其凡。而吾之力且憊矣。然則數果不可以窮耶。既已名之數矣。則又何爲而不可窮也。故謂數爲難窮、斯可。謂數爲不可窮、斯不可。何則。彼其冥冥之中。固有昭昭者存。夫昭昭者。其自然之數也。非自然之理也。數一出於自然。吾欲以力強窮之。使隸首復生。亦末如之何也已。苟能推自然之理。以明自然之數。則雖遠而乾端坤倪。幽而神情鬼狀。未有不合者矣。余自幼喜算數。恆病夫考圓之術例。出於牽強。殊乖於自然。如古率徽率密率之不同。截弧截矢截背之互見。內外諸角。析剖支條。莫不各自名家。與世作法。及反覆研究。卒無以當吾心焉。老大以來。得洞淵九容之說。日夕玩繹。而嚮之病我者。使爆然落去。而無遺餘。山中多暇。客有從余求其說者。於是乎又爲衍之。遂累一百七十問。既成編。客復目之測圓海鏡。蓋取夫天臨海鏡之義也。昔半山老人集唐百家詩選。自謂廢日力於此。良可惜。明道先生以上蔡謝君記誦、爲玩物喪志。夫文史尙矣。猶之爲不足貴。況九九賤技能乎。嗜好酸鹹。平生每痛自戒敕。竟莫能已。類有物憑之者。吾亦不知其然而然也。故嘗私爲之解曰。由技兼於事者言之。夷之禮。夔之樂。亦不免爲一技。由技進乎道者言之。石之斤。扁之輪。非聖人之所與乎。覽吾之編。察吾苦心。其憫我者當百數。其笑我者當千數。乃若吾之所得。則自得焉耳。寧復爲

人憫笑計哉。

戊申秋九月晦日欒城李冶序

測圓海鏡細草目錄

第一卷
圓城圖式
總率名號
今問正數
識別雜紀 附設新四率
第二卷
正率一十四問
第三卷
邊股一十七問
第四卷
底勾一十七問
第五卷

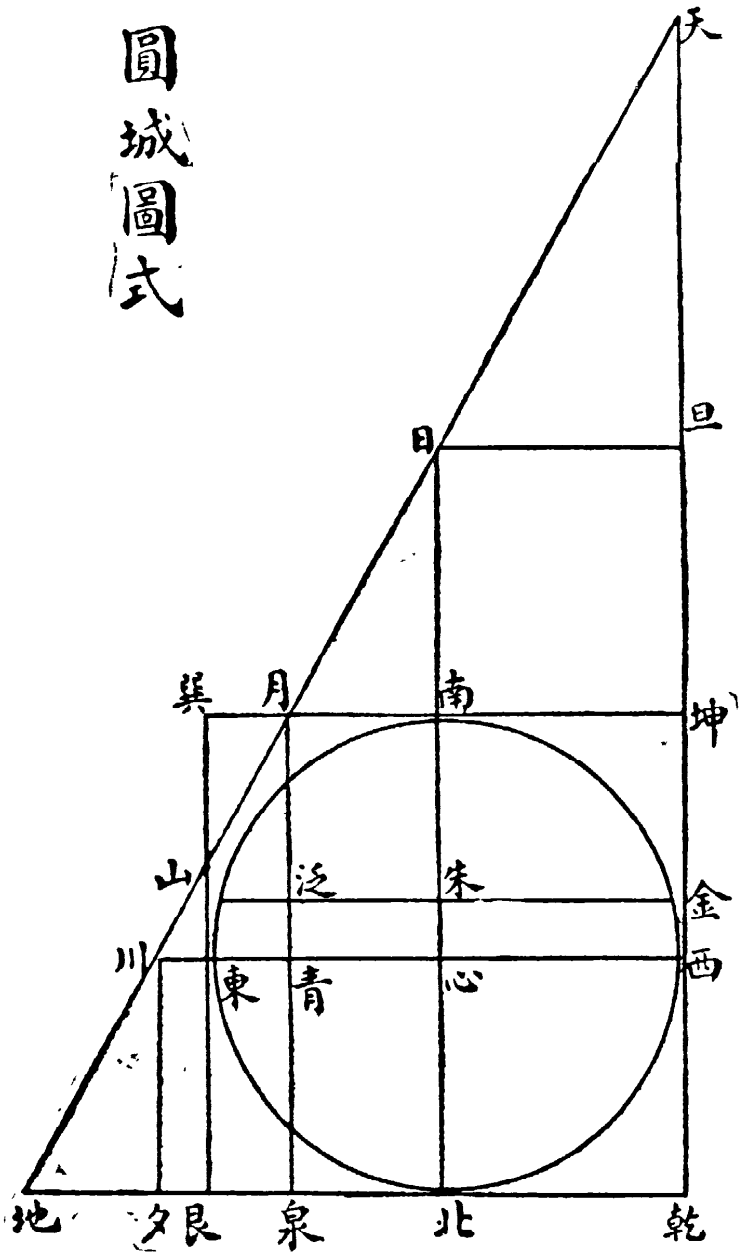
大股一十八問
第六卷
大勾一十八問
第七卷
明朱前一十八問
第八卷
明朱後一十六問
第九卷上
大斜四問
第九卷下
大和八問
第十卷
三事和八問
第十一卷

雜糅一十八問
第十二卷
之分一十四問

測圓海鏡細草卷第一

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

圓城圖式



總率名號

天之地爲通弦。　天之乾爲通股。
乾之地爲通勾。
天之川爲邊弦。　天之西爲邊股。
西之川爲邊勾。
日之地爲底弦。　日之北爲底股。
北之地爲底勾。
天之山爲黃廣弦。　天之金爲股。卽股方差也。
金之山爲勾。
月之地爲黃長弦。　月之泉爲股。
泉之地爲勾。卽勾方差也。
天之日爲上高弦。　天之旦爲股。
旦之日爲勾。
日之山爲下高弦。　日之朱爲股。

朱之山爲勾。
月之川爲上平弦。　月之青爲股。
青之川爲勾。
川之地爲下平弦。　川之夕爲股。
夕之地爲勾。
天之月爲大差弦。　天之坤爲股。
坤之月爲勾。
山之地爲小差弦。　山之艮爲股。
艮之地爲勾。
日之川爲皇極弦。　日之心爲股。
心之川爲勾。
月之山爲太虛弦。　月之泛爲股。
泛之山爲勾。
日之月爲明弦。　日之南爲股。

南之月爲勾。
山之川爲直弦。　山之東爲股。
東之川爲勾。

今問正數

通弦六百八十。　勾、三百二十。　股、六百。
勾股和、九百二十。較、二百八十。
勾弦和、一千。較、三百六十。
股弦和、一千二百八十。較、八十。
弦較和、九百六十。較、四百。
弦和和、一千六百。較、二百四十。
邊弦、五百四十四。　勾、二百五十六。　股、四百八十。
勾股和、七百三十六。較、二百二十四。
勾弦和、八百。較、二百八十八。
股弦和、一千〇二十四。較、六十四。

弦較和、七百六十八。較、三百二十。
弦和和、一千二百八十。較、一百九十二。
底弦、四百二十五。勾、二百。股、三百七十五。
勾股和、五百七十五。較、一百七十五。
勾弦和、六百二十五。較、二百二十五。
股弦和、八百。較、五十。
弦較和、六百。較、二百五十。
弦和和、一千。較、一百五十。
黃廣弦、五百一十。勾、二百四十。卽城徑也。
股、四百五十。卽股方差也。
勾股和、六百九十。較、二百一十。
勾弦和、七百五十。較、二百七十。
股弦和、九百六十。較、六十。
弦較和、七百二十。較、三百。

弦和和、一千二百。較、一百八十。
黃長弦、二百七十二。勾、一百二十八。卽勾方差也。股二百四十、卽城徑也。
勾股和、三百六十八。較、一百一十二。
勾弦和、四百。較、一百四十四。
股弦和、五百一十二。較、三十二。
弦較和、三百八十四。較、一百六十。
弦和和、六百四十。較、九十六。
高弦、二百五十五。上下同。勾、一百二十。卽半徑也。股、二百二十五。
勾股和、三百四十五。較、一百〇五。
勾弦和、三百七十五。較、一百三十五。
股弦和、四百八十。較、三十。
弦較和、三百六十。較、一百五十。
弦和和、六百。較、九十。
平弦、一百三十六。上下同。勾、六十四。股、一百二十。卽半徑也。

勾股和、一百八十四。較、五十六。
勾弦和、二百。較、七十二。
股弦和、二百五十六。較、一十六。
弦較和、一百九十二。較、八十。
弦和和、三百二十。較、四十八。
大差弦、四百〇八。勾、一百九十二。股、三百六十。
勾股和、五百五十二。較、一百六十八。
勾弦和、六百。較、二百一十六。
股弦和、七百六十八。較、四十八。
弦較和、五百七十六。較、二百四十。
弦和和、九百六十。較、一百四十四。
小差弦、一百七十。勾、八十。股、一百五十。
勾股和、二百三十。較、七十。
勾弦和、二百五十。較、九十。

股弦和、三百二十．較、二十．
弦較和、二百四十．較、一百．
弦和和、四百．較、六十．
皇極弦、二百八十九．　勾、一百三十六．　股、二百五十五．
勾股和、三百九十一．較、一百一十九．
勾弦和、四百二十五．較、一百五十三．
股弦和、五百四十四．較、三十四．
弦較和、四百〇八．較、一百七十．
弦和和、六百八十．較、一百〇二．
太虛弦、一百〇二．　勾、四十八．　股、九十．
勾股和．一百三十八．較、四十二．
勾弦和、一百五十．較、五十四．
股弦和、一百九十二．較、一十二．
弦較和、一百四十四．較、六十．

弦和和、二百四十。較、三十六。
明弦、一百五十三。勾、七十二。股、一百三十五。
勾股和、二百〇七。較、六十三。
勾弦和、二百二十五。較、八十一。
股弦和、二百八十八。較、一十八。
弦較和、二百一十六。較、九十。
弦和和、三百六十。較、五十四。
重弦、三十四。勾、一十六。股、三十。
勾股和、四十六。較、一十四。
勾弦和、五十。較、一十八。
股弦和、六十四。較、四。
弦較和、四十八。較、二十。
弦和和、八十。較、一十二。

識別雜紀

天之於日。與日之於心同。心之於川。與川之於地同。日之於心。與日之於山同。故以山之川爲小差。〔銳案〕股弦較。曰小差。此小差。謂皇極弦上股弦較。　川之於心。與川之於月同。故以月之日爲大差。〔銳案〕勾弦較。曰大差。此大差。謂皇極弦上勾弦較。

明勾重股相得。〔銳案〕相得。即相乘。名爲內率求虛積。　明股重勾相得。名爲外率求虛積。　虛勾虛股相得。名爲虛率求虛積。

凡勾股和。即弦黃和。〔銳案〕弦和較曰黃。黃方。即內容圓徑也。亦曰高股平勾差。名角差。又名遠差。　凡大差。即股黃較。　凡小差。即勾黃較。　此數即高平二差共也。又爲明和重和較也。又爲通差內去極差。又爲極差虛差共。　明重二差共。名次差。又名近差。又名戾音列和。　此數又爲明大差、重小差較也。　勾圓差之股。股圓差之勾。相併名混同和。　此數又爲一徑一虛弦共也。　明重二差較。名傍差。　此數又爲高平二差較。又爲極雙差內減虛和。〔銳案〕勾弦差股弦差共。曰雙差。又爲極弦內減城徑也。　虛差不及傍差。名菱音劉差。　此數又爲大差差內去角差。又爲極差內去二之平差。又爲次差內去小差差。又爲明股重勾共內去二之明勾也。〔銳案〕於新設第一率。則傍差不及虛差。名菱差。此數又爲角差內去大差差。又爲二之平差內去極差。又爲小差差內去次差。又爲二之明勾內去明股重勾共也。〔新率附本卷末〕　虛差旁差共。名菱和。

凡大小差相乘。爲半段徑冪。大差勾小差股相乘。亦同上。　虛勾乘大股。得半段徑冪。虛股乘大勾。亦同上。　邊股重股相

乘得半徑冪。（明勾底勾相乘。亦同上。）黃廣股、黃長勾、相乘爲徑冪。高股、平勾、相乘得半徑冪。明弦明股併與重弦重勾併、相乘得半徑冪。（明弦明勾併。與重弦重股併。相乘。亦同上。）高弦平弦相乘爲一段皇極積。明勾重股相乘、倍之爲一段太虛積。（明股重勾。亦同。）

右諸雜名目

通弦上勾股和。即一城徑一通弦也。其較。即勾圓差、股圓差較也。勾弦和。即二勾一大差。其較。則大差也。股弦和。即二股一小差。其較。則小差也。弦較和。爲一徑三差共。其較。則大勾小差共也。三事和。即邊弦三事和上帶大勾也。又爲底弦三事和上帶大股也。其較。則城徑也。邊弦上勾股和。爲通股平弦共。其較。則大差股內去平弦也。勾弦和。即通股底勾共。其較。則明股明弦共也。股弦和。即通股通弦和內、少个邊勾也。其較。則平勾也。弦較共。爲大差上股弦和。其較。則大勾也。三事和。即通弦上股弦和。又爲黃廣三事和上帶勾圓差也。其較。則大差勾也。又爲平弦上弦較和。又爲太虛弦上股弦和也。

底弦上勾股和。爲通勾高弦共。其較。則高弦內去小差勾也。勾弦和。爲通勾上弦較較與高股共。其較。則高股也。股弦和。爲半个通弦上三事和。其較。則重弦上勾弦和也。弦較和。爲大差上勾弦和也。其較。則小差上勾弦和也。三事和。即通弦上勾弦和。又爲黃長三事和上帶股圓差。其較。則

小差股也。又爲高弦上弦較較。又爲太虛弦上勾弦和。黃廣弦上勾股和。爲大股虛股共。又爲通勾通股共內、少个小差上勾股和。其較。則兩个高差也。勾弦和。爲二高弦一圓徑共。其較。則二明股也。股弦和。爲通弦上弦較和。其較。則二重股也。弦較和。即兩个大差股也。其較。即兩个小差股也。三事和。即兩大股也。其較。則兩虛股也。黃長弦上勾股和。爲大勾虛勾共。又爲通和內、少个大差上勾股和也。其較。則兩个平差也。勾弦和。爲通弦上弦較較。其較。則兩个明勾也。股弦和。爲二圓徑二重勾。其較。則二重勾也。弦較和。爲兩个大差勾也。其較。則兩个小差勾也。三事和。爲兩大勾。其較。則兩虛勾也。高弦上勾股和。爲高弦虛股共。又爲一徑及高勾高股差也。其較。則底弦內減大勾也。又爲邊股內減底股也。勾弦共。則底股。其較。則明股也。股弦共。即邊股。其差。則重股也。弦較共。則大差。其較。則小差股也。三事和。即大股。其較。則虛股也。又爲小差上勾弦較。又爲明弦上弦較較。平弦上勾股共。即平弦虛勾共也。其較。則大股內減邊弦也。勾弦共。即底勾。其差。則明勾也。股弦共。即邊勾。其較。則重勾也。弦較共。即大差勾。其較。則小差也。三事和。即大勾。其較。則虛勾也。又爲大差上股弦較。又爲重弦上弦較和。大差上勾股和。即大股內去虛勾。其差。則大差弦內去圓徑也。勾弦共。即大股。其差。則大差股內去

二之明勾也。股弦和。爲大股上、加个大中差也。〔案〕大中差・乃明股弦和與半徑之較。〔銳案〕勾股較曰中差・大中差・即大差弦上勾股較・舊案誤・其較則虛勾也。弦較和。爲兩个邊弦上勾弦較。其較即城徑也。三事和。即股與股圓差共。又爲大弦大較共。又爲二邊股。其較則太虛上弦較和也。

小差上勾股和。即大勾內去虛股也。其較則圓徑內去小差弦也。勾弦和。爲大勾上減个小中差也。〔案〕小中差・乃明勾弦和與半徑之較・〔銳案〕小中差・即小差弦上勾股較・舊案誤・其較則虛股也。股弦共。即大勾。其較則小差勾內、去兩个重股也。弦較和。爲圓徑。其較則爲兩个底弦上股弦較。又爲兩个重弦上勾弦和也。三事和。即勾與勾圓差共也。又爲大弦大較較。〔案〕即通弦上弦較較・又爲二底勾。其較則太虛上弦較較也。

皇極勾股和。即高弦平弦共。其較則明股內去重勾也。勾弦共。即底弦。其較則明弦也。股弦共。則邊弦。其較則重弦也。弦較和。爲高弦明弦共。又爲大股內減大差勾。又爲大差弦。其較則小差弦也。三事和。即通弦。其較則太虛弦也。又爲明勾重股共。又爲高弦內減明弦。又爲平弦內減重弦。

又爲大差勾上減虛股。又爲小差股上減虛勾也。

太虛勾股和。即圓徑內減虛弦。又爲虛弦虛黃方共。又爲皇極弦內、去明股重勾共。其差則大差勾內、減个小差股也。勾弦共。即小差股也。其較則虛股內、減个小黃方也。股弦共。即大差勾。其較則虛勾內、減个小黃方也。弦較和。爲大差弦上弦和較。又爲黃長弦上勾弦較。又爲兩个明勾。其較

則小差弦上黃方面也。三事和。卽大黃方。其較。則爲兩个明弦上股弦較。又爲重弦上兩个勾弦較。又爲明弦上小差與重弦上大差共也。

明弦勾股和。卽大差內減明弦。其較。則明弦內減虛股也。勾弦併。卽高股。其較。則高股內、少二之明勾也。股弦和。卽邊股內減大差勾。又爲邊勾邊弦差。其較。則半个虛黃方也。弦較和。卽大差上勾弦較。其較。則虛股也。三事和。卽股圓差。其較。則太虛上勾弦較。又爲虛股內減虛黃方也。

重弦上勾股和。卽小差內減重弦。其較。則虛勾內減重弦也。勾弦和。卽底勾內減小差股。又爲底股底弦差。其較。則半个虛黃方也。股弦和。卽平勾。其較。則平勾內、少兩个重股也。弦較和。卽虛勾。其較。則小差上股弦較也。三事和。卽勾圓差。其較。則太虛上股弦較。又爲虛勾內減虛黃方也。

前黃廣勾股下　其勾股較。又爲大差上少个小差股。又爲中差〔案〕中差・係通勾股較・內少个小差較。又爲黃廣股內少一徑。勾弦共。又爲兩个底股。又爲大股與小差股共。股弦和。又爲大弦中差共。又爲兩个邊股。股弦差。又爲小差上黃方面。

前黃長勾股下　其勾股較。又爲大差勾上少个小差也。又爲圓徑內少个黃長勾。勾弦共。又爲兩个底勾。又爲大勾與小差勾共。勾弦較。又爲大差上黃方面。股弦共。又爲兩个邊勾。

右五和五較

大弦。爲大勾與股圓差共。又爲大股與勾圓差共。邊弦。乃邊股平勾共。又爲大股內減平弦上勾股較。底弦。乃底勾高股共。又爲大勾內加一个高差。黃廣弦。爲大股內減虛股。又爲邊股重股共。黃長弦。乃大勾內減虛勾。又爲底勾明勾共。高弦。乃大差弦內減明弦。又爲明弦虛弦共。平弦。乃小差弦內減重弦。又爲重弦虛弦共。大差弦。乃大股內減大差勾。又爲高弦明弦共。又爲大弦內去黃長弦。小差弦。爲大勾內減小差股。又爲平弦重弦共。又爲大弦內去黃廣弦。極弦。乃高股平勾共。又爲平弦明弦共。又爲高弦重弦共。又爲大差弦內減高平二弦較。又爲小差弦內加高平二弦較。虛弦。乃皇極黃方面。又爲明勾重股共。又爲高弦內減明弦。又爲平弦內減重弦。明弦。乃高弦內減虛弦。重弦。乃平弦內減虛弦。

黃廣弦、黃長弦、相併。爲大弦虛弦共也。以此數減於大和。餘卽虛和。若以二弦相減。餘卽虛弦平弦共也。〔案〕虛弦平弦共。此題數偶合。當云二極差。○〔銳案〕此數偶合。於新說四率俱不通。黃廣弦。又爲大差弦、虛弦共。黃長弦。又爲小差弦、虛弦共。以黃長弦減於大勾。餘卽虛勾。以黃廣弦減於大股。餘卽虛股。邊弦底弦相併。爲大弦、皇極弦共也。於此併數內。減大和。餘爲皇極弦內減圓徑也。若以二弦相減。餘卽皇極差也。此數同者最多。故又爲皇極弦內、少个小差弦。又爲高弦平弦較。又爲明股內少重勾。又爲大差弦內少皇極弦。又爲次差、虛差共也。邊弦。又爲皇極股弦共。又爲黃廣弦重弦共。

底弦。又爲皇極勾弦共。又爲黃長弦明弦共也。以邊弦減大股。餘爲半徑內減平勾。又爲平弦內減小差也。底弦內減大勾。餘爲高股內減半徑。又爲大差內減高弦也。

黃廣弦內減邊股。卽重股。黃長弦內減底勾。卽明勾也。

高弦高股共。卽邊股。平弦平勾共。卽底勾。高弦高勾共。卽底股。平弦平股共。卽邊勾。

上高弦減於通股。餘卽邊股內減明股也。下平弦減於通勾。餘卽邊勾內減明勾也。高弦平弦相併。卽大弦內少个皇極弦也。若以相併數、減於大和。餘爲皇極弦圓徑共也。高弦平弦相減。餘卽皇極差也。又爲皇極弦上減小差弦也。若以相減數。卻加於相併數。卽黃廣弦也。

高弦內減明股。得半徑。平弦內減重勾。亦同上。

皇極勾上加明弦。爲皇極弦。皇極股上加重弦。亦同上。

皇極弦　得極勾。卽底弦。得極股。卽邊弦。內去極勾。卽明弦。去極股。卽重弦。減於通弦。卽極和。得虛弦。亦同上。內去虛弦。卽明弦。重弦共。去虛黃。卽明和。重和共也。去城徑。卽傍差。內加極差。卽大差弦。去極差。卽小差弦。加角差。卽兩个高股。減角差。卽二平勾。

太虛弦　加入極弦。爲極和。極弦內去之。卽明重二弦共。再去之。則明大差重小差併也。加於大差弦。卽黃廣弦。加於小差弦。卽黃長弦。內去明勾。則重股。加明勾。爲圓徑內少虛黃重股

共。加入明股爲明和重股共。減於明股。卽明較內去重股。〔銳案〕於新設第一率・則內減明股・卽重股內去明較・加入明弦爲極股。減於明弦爲明大差重小差內少个重弦。〔銳案〕於新設第一率・則太虛弦・卽明弦・明大差重小差共・卽重弦・加於明和。卽兩个虛弦一个高差共也。減於明和。卽高差也。內去重勾。卽明勾重較共。又爲重股平差共。加於重勾。卽重和明勾共。加於重股。爲二虛弦內少明勾。又爲圓徑內少虛黃明勾共。內減重股。卽明勾。內加重弦。卽極勾。內減重弦。爲明勾內、少个重小差。加入重和。卽兩个虛弦內、少个平差也。內減重和。卽平差也。加入明重二和共。卽極和內、少个虛黃也。若減於明重二和共。卽明股重勾共也。減於高弦。卽明弦。減於平弦。卽重弦。加於角差。卽二明勾一極差共。減於角差。卽一極差二重股較也。〔銳案〕於新設第一率・則內減角差・卽一極差二重股較也・得傍差。卽明股重勾共。內減傍差。卽虛三事和內、去了極雙差也。〔銳案〕於新設第三第四率・則減於旁差・卽極雙差內去了虛三事和也・內加虛差。卽二明勾。內減虛差。卽二重股。內加虛黃方。卽虛和。內減虛黃方。卽虛積大小差併也。

右諸弦

大差弦小差弦共。卽兩个極弦也。以兩个極差爲之較。大差差小差差共。卽兩个極差也。以兩个傍差爲之較。大差上大差、小差上大差共。卽兩个明弦也。以兩个明差爲之較。大差上小差、小差上小差共。卽兩个重弦也。以兩个重差爲之較。大差黃〔案〕卽二明勾小差黃〔案〕卽兩重股數共。卽兩个極黃

〔案〕即二虛弦也。以兩个虛差爲之較。大差勾、小差勾共。即兩个極勾也。以兩个平差爲之較。大差股、小差股共。即兩个極股也。以兩个高差爲之較。二和共爲二極和。以二角差爲之較。大差上弦較較。即圓徑。小差上弦較和。亦同上。大差上小差。即虛勾。小差上大差。即虛股也。大差弦與明勾共。即邊股。小差弦與重股共。即底勾也。大差弦內減中差。即黃長勾。〔案〕勾應作股。小差弦內加中差。即黃廣股也。〔案〕股應作勾。○〔銳案〕此二案。竝非。蓋正文本不誤也。大股內減小差股。即黃廣股。大勾內減大差勾。即黃長勾也。虛弦得虛股。即大差勾。虛弦得虛勾。即小差股也。明段弦較和。即大差上勾弦較。明段弦較較。即小差上勾弦較也。重段弦較和。即大差上股弦較。重段弦較較。即小差上股弦較也。大差勾內減虛弦。餘即虛股。小差股內減虛弦。餘即虛勾也。以大差和、減大股。即虛勾。以小差和、減大勾。即虛股也。以大差差減圓徑。即明勾。此差若多於圓徑。則內減圓徑。餘即虛勾也。〔案〕此條因題數偶合而誤。若勾股差共大甚小者。皆不能合。〔銳案〕於新設第一率。以大差差減圓徑。不得明勾。於新設第三第四率。以圓徑減大差差。亦不得虛勾。於新設第二率。以圓徑減大差差。正得虛勾。此新設第二率。即卷第十一第十一問所用之率。故云然。以小差差減圓徑。即小差弦也。大差弦上、加一徑。即大股上、加虛勾也。小差弦上、加一徑。即大勾上、加虛股也。大差股內減高弦。餘即高股內減半徑。平弦內減小差勾。餘即半徑內減平勾也。大差差內減虛差。即二明差。小差差內減虛差。即二重差也。

大弦內減大小差共。卽圓徑。三事和內減二之大小差共。卽三个圓徑也。

大差勾小差股相併。名混同和。卽一圓徑一虛弦也。若以相減。卽虛差也。

大差和小差和二數相併。卽大弦虛弦共也。二數相減。卽中差虛差共也。又半之併數。卽爲極弦虛弦共也。又爲高弦平弦共。又爲皇極勾股共也。

大差差小差差二數相併。卽兩个皇極差。又爲大差弦內減小差弦也。二數相減。而半之。卽是皇極弦上減圓徑也。卽旁差。

右大小差

大差差、小差差、虛差共。爲一个通差。高平極三差共。亦同上。明差、重差、虛差共。爲一个極差也。諸黃方面。亦倣此。

邊黃內減底黃。卽虛差。黃廣黃內、減黃長黃。卽二虛差。高黃內減平黃。卽虛差。蓋高黃卽虛股。平黃卽虛勾也。大差黃內減小差黃。卽二虛差。蓋大差黃卽二明勾。小差黃卽二重股也。明黃內減重黃。餘卽虛差。重弦上三差。合成一个虛黃方。

高差內減平差。爲旁差。邊差內減底差。亦同上。明差內減重差。亦同上。大差差內減小差差。爲二旁差。黃廣差內減黃長差。亦同上。

極雙差。即明朱二弦共。內加虛雙差。即明雙差朱雙差共也。內加旁差。即極弦內、少个虛弦旁差差。〔銳案〕於新設第三第四率。則內加旁差。即極弦內少二明勾也。內減旁差。即虛差。內加虛差。即極弦內少二朱股。內減虛差。則極弦內少二明勾也。

極差內加旁差。爲大差差。內減旁差。爲小差差也。內加虛差。即角差。內減虛差。即次差也。倍極差。爲大差差小差差共。則倍旁差。爲之較。倍極弦。爲大差弦小差弦共。倍極差。爲之較。以極差爲明差平差共。則以菱差爲之較。以極差爲高差朱差共。則以菱和爲之較。副置菱和。上加菱差而半之。即旁差也。下減菱差而半之。則虛差也。極差內減二之平差。得菱差。〔銳案〕於新設第一率。則副置菱和。上加菱差而半之。即虛差也。下減菱差而半之。則旁差也。二之平差內減極差。得菱差。

角差內加旁差。爲二高差。內減旁差。即二平差也。內加明朱二差併而半之。得極差。內減明朱二差而半之。則虛差也。內加極差。即通差。內減極差。則虛差也。

以虛差減於明和。爲明朱二股共。以虛差加於朱和。爲明朱二勾共也。又副置二和共。上加次差而半之。即明朱二股共。下減次差而半之。即明朱二勾共也。明朱二股共。以高差爲較。勾共。以平差爲較。

以高差減明和。即虛弦。以平差加朱和。亦同上。以高差減高股。即半徑。以平差加平勾。亦同上。

以高差減大差差。即明差。　以平差減小差差。即重差也。　以高差減大差。即高弦。　以平差加小差。即平弦也。　二之平差內去虛差。餘即小差差。　去二虛差。即兩個重差。

高股。即半徑上股方差。　平勾。即半徑上勾方差。　故高勾平股共爲全徑也。　黃廣股。即全徑上股方差。　黃長勾。即全徑上勾方差。　故黃廣勾、黃長股共數爲兩個全徑也。

邊弦內減底弦。即皇極差。　邊股內減底股。即高差。又爲底弦內減大勾。　邊勾內減底勾。即平差。又爲大股內減邊弦也。

大勾減底弦。餘即半徑。爲勾之中差也。　大股內減邊弦。餘即半徑。爲股之中差也。　邊股底勾相併。即大弦。　若以相減。即通中差也。

二高股一虛差。合成一个股圓差。　二平勾一虛差。合成一个勾圓差。〔案〕此兩條誤。當云二明股一虛股。合成一个股圓差。二重勾一虛勾。合成一个勾圓差也。○〔銳案〕此有脫誤。於今間正數。新設四率。俱不合。案云云。亦未必然。蓋安知非一高股一明股合成一个股圓差。一平勾一重勾合成一个勾圓差邪。

明雙差。亦爲明重二大差。其較。則明差也。　重雙差。亦爲明重二小差。其較。則重差也。　明雙差內減明差。即虛黃。　重雙差上加重差。亦同上。　以明雙差加明和。即兩明弦。　以重雙差加重和。則兩重弦也。　以明雙差減明和而半之。即明黃。又爲虛大差。　以重雙差減於重和而半之。即重黃。又爲虛小差也。　以虛大差減明和。即明弦。　以虛小差減重和。即重弦也。　明雙差重雙差相較。則

次差也。明雙差重雙差又相併。加於明重二和共。則爲兩个極雙差。若以減於明重二和共。則爲兩个虛雙差也。明雙差上加虛雙差。卽明重二股共。重雙差上加虛雙差。卽明重二勾共也。以明重二股共爲明弦重黃共。則高差虛黃共爲之較。〔案〕明弦重黃較。爲明大小差、虛大小共內、去兩个虛雙差爲之較也。〔案〕明大小差之較。以明重二勾共爲重弦明黃共。則以平差虛黃較爲之較。〔案〕重弦明黃較。爲重大小差、虛大小差共。則明重二勾共內、減兩个重大小差爲之較也。〔案〕虛大小差重大小差之較。

明重二和共內、減旁差。卽二虛弦。虛弦內加旁差。卽明股重勾共也。

明和內去平差。卽明股重勾共。重和上加高差。亦同上也。明和內去高差。卽虛弦。重和上加平差。亦同上。明弦內去高差。卽虛勾。重弦上加平差。卽虛股也。明股內去重股。卽高差。去重勾。則極差也。明勾內去重股。卽虛差。去重勾。則平差也。

明重二股併、內減虛弦。卽明差。明重二勾併、減於虛弦。卽重差。

明重二和共。又爲明重二弦共、與明重二黃共數也。其較。則明雙差、重雙差共數也。其明重二和共數內、減旁差。卽二虛弦也。若內減虛雙差。卽明重二弦共也。

極弦爲高股平勾共。則角差爲之較。爲高弦重弦共。則極差虛弦共爲之較。爲平弦明弦共。則極

差虛弦較爲之較也。

極弦得極差、爲大差弦。大差弦內減明和、則高弦內減虛大差也。內減極差、則爲小差弦。小差弦內減重和、則是平弦內減虛小差也。又大差弦內減明和與高股共、餘則爲虛勾不及明勾數。〔銳案〕內減當作減於。於新設第一率。則大差弦。即明和與高股共。虛勾。即明勾。小差弦內、減重和與平勾共、餘則爲重股不及虛股數也。

右諸差

邊勾、邊股差、又爲皇極差與高差共也。又爲邊弦內去大勾也。邊勾邊弦共、又爲大勾邊股共。邊勾邊弦較、又爲大差弦內減半徑也。邊股邊弦較、又爲重弦上股弦和。

底勾、底股差、又爲皇極差、平差共。又爲大股內去底弦。又爲高股內去底小差。底勾、底弦共、爲大弦內、少个底股大勾差。〔銳案〕於新設第一率。則底勾底弦共。爲大弦內加个底股大勾差。底勾、底弦較、又爲明弦上勾弦和。底股底弦共、與邊勾邊弦共、同。底股、底弦較、又爲底勾內少小差股也。

邊股內減高弦、餘則高股。內減大差弦、餘則明勾。內減底弦、即底股內減大勾也。又爲高弦內減底勾也。〔銳案〕於新設第一率。則減於底弦。即大勾內減底股也。又爲底勾內減高弦也。

底勾內減平弦、餘即平勾。內減小差弦、餘即重股。以底勾減於邊弦、餘即大股內減邊勾也。又爲邊股內減平弦也。

邊弦內減底股與底弦內減邊勾同爲皇極弦內減半徑也
皇極勾內減明勾餘卽平勾也若減重勾卽半徑也倍之則爲底勾明勾共
皇極股內減重股餘卽高股也若減明股餘卽半徑也倍之則爲邊股重股共也
明股得虛股卽高股　明勾得虛勾卽半徑　重股得虛股卽半徑　重勾得虛勾卽平勾也　高弦內減高股卽重股　平弦內減平勾卽明勾也　明弦內減明差卽虛股　重弦內加重差卽虛勾也　高股卽虛明二股共　平勾卽虛重二勾共也　明弦明勾併數與高股同　重弦重股併數與平勾同也
明股重勾相併減於極弦卽虛和又爲極黃、虛黃共也
明重二弦併　內減重雙差卽明重二股併　內減明雙差卽明重二勾併　內加虛弦卽極弦　內減虛弦卽明大差、重小差併也
以明和爲明弦明黃共則明雙差爲之較　以重和爲重弦重黃共則重雙差爲之較也　明和又爲高差虛弦共又爲極差與明重二勾共數　重和又爲平差少於虛弦數又爲極差少於明重二股數
半之三事和內加半黃方卽勾股共　若減之則弦也　半圓徑內加半虛黃卽虛和　減半虛黃卽

虛弦也。又以半虛黃加明和。即高股。以半虛黃加朱和。即平勾也。加明股。則明弦。加朱勾。則朱弦也。減明勾。則明黃。減朱股。則朱黃也。以虛黃加明黃。則爲虛股。以加朱黃。則虛勾也。

右諸率互見

高弦朱弦共爲極弦。其差。即虛弦極差共也。高股朱股共爲高弦。其差。即虛股高差共也。高勾朱勾共爲平弦。其差。即半徑內減朱勾也。高和朱和共爲極和。其差。即極和內少二朱和也。高差朱差共爲極差。其差。即虛差旁差共也。高黃朱黃共爲虛弦。其差。即朱黃不及虛股數也。高黃。即虛股。

高大差朱大差共。即明弦。其差。即半虛黃不及明股數也。此高大差。即明股。此朱大差。即半虛黃也。高小差即朱股。朱小差共。即朱弦。其差。即朱小差不及朱股數也。明平二弦共。亦爲極弦。其較。即虛弦不及極差數也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即極差不及虛弦數也。明平二股共。亦爲高弦。其較。即明股內減半徑也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即半徑內減明股也。明平二勾共。亦爲平弦。其較。即平差內去虛勾也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即虛勾內去平差也。

明平二和共。亦爲極和。其較。則極和內少二之平和也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即二之平和內少極和也。明平二差共。亦爲極差。其較。即虛差不及旁差數也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即旁差不及虛差數也。明平二黃共。亦爲虛弦。其較。則虛勾即平黃。〔案〕虛勾。不及明黃數也。〔銳案〕於新設第一率。則其較。即明黃不及虛勾數也。明平二大差共。亦爲明弦。其較。即明勾不及明大差數也。平大差。即明勾。〇〔銳案〕於新設第一率。則其較。即明大差不及明勾數也。明平二小差共。亦爲朱弦。其較。則朱勾不及

半虛黃數也。〔銳案〕於新設第一率・則其較・卽半虛黃不及重勾數也・此明小差。卽半虛黃。此平小差。卽重勾。

右四位相套

邊弦　自減其股。爲平勾。自減其勾。爲明股明弦併。減於通弦。餘平弦。減於通股。餘平差。內減通勾。餘邊差。內減底弦。餘極差。內減底股。爲半徑旁差共。又爲極弦內少半徑。內減底勾。卽大股內去邊勾也。內減黃廣弦。餘重弦。內減黃廣股。卽小差股內去平差。內減黃廣勾。卽大差內去平差。內減黃長弦。又得黃長弦。〔案〕此條誤・〇〔銳案〕此數偶合・於新設四率俱不通・內減黃長股。與內減黃廣勾同。內減黃長弦。餘明弦。內減黃長股。與內減黃廣勾同。內減黃長勾。餘爲高股明勾共。〔銳案〕於舊本作內減黃長勾・餘虛弦明股共・於今問正數・新設四率・俱不合・蓋有脫誤・內減極弦。爲平弦。減於邊股。又爲底股內去大勾。〔銳案〕於新設第一率・則內減邊股・又爲大勾內去底勾・

底弦　自減其股。爲重勾重弦併。自減其勾。爲高股。減於通弦。餘高弦。減於通股。餘底差。內減通勾。餘高差。減於邊弦。餘極差。減於邊股。卽底差內去半徑。〔銳案〕於新設第一率・則內減邊股・卽半徑內去底差・內減邊勾。卽高差平勾共。減於黃廣弦。餘爲明大差重小差併。〔案〕此條亦係數偶合・〇〔銳案〕此數偶合・於新設四率俱不通・減於黃廣股。卽底差內去小差股。〔銳案〕於新設第一率・則內減黃廣股・則小差股內去底差・內減黃廣勾。卽一个明弦一个黃長股弦較。內減黃長弦。餘明弦。內減黃長股。與內減黃廣勾同。內減黃長勾。餘爲高股明勾共。〔銳案〕於新設第一率・則內減極弦。爲平弦。減於邊股。又爲底股內去大勾。

高差平差共。又爲平勾高股差。以半徑減高股。卽高差。半徑內減平勾。卽平差。明勾內減重勾。與平差同。明股內減重股。與高差同。股圓差內減極股。卽高差也。勾圓差減於極勾。卽平差也。正股內去邊弦。卽平差也。底弦內去正勾。卽高差也。大差勾內去極勾。卽平差也。極股內去小差股。卽高差也。極差內去重差。卽高差也。內去明差。卽平差也。旁差。卽城徑極弦較也。又爲明差重差較。又爲高差平差較。極差得之。爲大差差也。去之。則爲小差差也。

又高差平差下 明和內去虛弦。卽高差。虛弦內去重和。卽平差。

大差弦內加虛差。卽黃廣股。小差弦內減虛差。卽黃長勾。

通差內去高差。卽底差。內去平差。卽邊差也。

虛大差得二虛勾。卽勾圓差之股。虛小差得二虛股。卽股圓差之勾也。

明段弦較較。卽虛股也。重段弦較共。卽虛勾也。

半虛黃 重勾得之。卽重弦也。減於此數。卽虛黃內去重弦也。〔銳案〕於新設第一率。則內減此數。卽重弦內去虛黃也。 重股得之。卽虛勾也。去之。卽重黃方也。重弦得之。卽平勾內去重黃也。去之。則重勾也。 明勾內得之。卽虛股也。去之。卽明黃方也。 明股得之。卽明弦也。去之。卽明弦內、去个虛黃方也。 明弦得之。卽高股

內去明黃也。去之。卽明股也。

右拾遺

〔案〕識別雜記。約五百條。皆隨時錄其所得。未經審定者。故難易淺深。不拘先後。要皆精思妙義。足以開示數理之蘊奧者。徐光啓亟傳新法。而於勾股義中。獨推是書。其必有所見矣。

〔銳案〕右雜紀數百條。乃是書之綱領。非此不能立算。然其中亦有止合今問正數。而於它率不通者。案卷第十一第十一問。草曰。此問所求城徑。與諸問竝同。其勾股。則與前後諸率不同。今特爲此草者。欲使後學有以考較諸率當否也。今據卷第八第十五問法所稱勾股各率。依總率名號。新設四率於後。以考較之。其勾八股十五之率。卽今問正數所用。故不具。

新設第一率

通弦、六百。　勾、三百六十。　股、四百八十。

勾股和、八百四十。較、一百二十。

勾弦和、九百六十。較、二百四十。

股弦和、一千〇八十。較、一百二十。

弦較和、七百二十。較、四百八十。

弦和和、一千四百四十。較、二百四十。
邊弦、四百五十。　勾、二百七十。　股、三百六十。
勾股和、六百三十。較、九十。
勾弦和、七百二十。較、一百八十。
股弦和、八百一十。較、九十。
弦較和、五百四十。較、三百六十。
弦和和、一千〇八十。較、一百八十。
底弦、四百。黃廣弦同。　勾、二百四十。　股、三百二十。
勾股和、五百六十。較、八十。
勾弦和、六百四十。較、一百六十。
股弦和、七百二十。較、八十。
弦較和、四百八十。較、三百二十。
弦和和、九百六十。較、一百六十。
黃長弦、三百。大差弦同。　勾、一百八十。

股、二百四十.

勾股和、四百二十.較、六十.

勾弦和、四百八十.較、一百二十.

股弦和、五百四十.較、六十.

弦較和、三百六十.較、二百四十.

弦和和.七百二十.較、一百二十.

高弦、二百.小差弦同.　勾、一百二十.　股、一百六十.

勾股和、二百八十.較、四十.

勾弦和、三百二十.較、八十.

股弦和、三百六十.較、四十.

弦較和、二百四十.較、一百六十.

弦和和、四百八十.較、八十.

平弦、一百五十.　勾、九十.　股、一百二十.

勾股和、二百一十.較、三十.

勾弦和、二百四十.較、六十.
股弦和、二百七十.較、三十.
弦較和、一百八十.較、一百二十.
弦和和、三百六十.較、六十.
皇極弦、二百五十.　勾、一百五十.　股、二百.
勾股和、三百五十.較、五十.
勾弦和、四百.較、一百.
股弦和、四百五十.較、五十.
弦較和、三百.較、二百.
弦和和、六百.較、一百.
太虛弦、一百.明弦同.　勾、六十.　股、八十.
勾股和、一百四十.較、二十.
勾弦和、一百六十.較、四十.
股弦和、一百八十.較、二十.

弦較和、一百二十。較、八十。
弦和和、二百四十。較、四十。
寅弦、五十。　勾、三十。　股、四十。
勾股和、七十。較、一十。
勾弦和、八十。較、二十。
股弦和、九十。較、一十。
弦較和、六十。較、四十。
弦和和、一百二十。較、二十。

新設第二率

通弦、七百八十。　勾、三百。　股、七百二十。
勾股和、一千〇二十。較、四百二十。
勾弦和、一千〇八十。較、四百八十。
股弦和、一千五百。較、六十。
弦較和、一千二百。較、三百六十。

弦和和、一千八百較、二百四十。
邊弦、六百五十。　勾、二百五十。　股、六百。
勾股和、八百五十。較、三百五十。
勾弦和、九百。較、四百。
股弦和。一千二百五十。較、五十。
弦較和、一千。較、三百。
弦和和。一千五百。較、二百。
底弦、四百六十八。　勾、一百八十。　股、四百三十二。
勾股和、六百一十二。較、二百五十二。
勾弦和、六百四十八。較、二百八十八。
股弦和、九百。較三十六。
弦較和、七百二十。較、二百一十六。
弦和和、一千〇八十。較、一百四十四。
黃廣弦、六百二十四。　勾、二百四十。　股、五百七十六。

勾股和、八百一十六。較、三百三十六。
勾弦和、八百六十四。較、三百八十四。
股弦和、一千二百。較、四十八。
弦較和、九百六十。較、二百八十八。
弦和和、一千四百四十。較、一百九十二。
黃長弦、二百六十。勾、一百。股、二百四十。
勾股和、三百四十。較、一百四十。
勾弦和、三百六十。較、一百六十。
股弦和、五百。較、二十。
弦較和、四百。較、一百二十。
弦和和、六百。較、八十。
高弦、三百一十二。勾、一百二十。股、二百八十八。
勾股和、四百〇八。較、一百六十八。
勾弦和、四百三十二。較、一百九十二。

股弦和、六百較、二十四。
弦較和、四百八十較、一百四十四。
弦和和、七百二十較、九十六。
平弦、一百三十。勾、五十。股、一百二十。
勾股和、一百七十較、七十。
勾弦和、一百八十較、八十。
股弦和、二百五十較、一十。
弦較和、二百較、六十。
弦和和、三百較、四十。
大差弦、五百二十。勾、二百。股、四百八十。
勾股和、六百八十較、二百八十。
勾弦和、七百二十較、三百二十。
股弦和、一千較、四十。
弦較和、八百較、二百四十。

弦和和、一千二百．較、一百六十．
小差弦、一百五十六．勾、六十．股、一百四十四．
勾股和、二百〇四．較、八十四．
勾弦和、二百一十六．較、九十六．
股弦和、三百．較、一十二．
弦較和、二百四十．較、七十二．
弦和和、三百六十．較、四十八．
皇極弦、三百三十八．勾、一百三十．股、三百一十二．
勾股和、四百四十二．較、一百八十二．
勾弦和、四百六十八．較、二百〇八．
股弦和、六百五十．較、二十六．
弦較和、五百二十．較、一百五十六．
弦和和、七百八十．較、一百〇四．
太虛弦、一百〇四．勾、四十．股、九十六．

勾股和、一百三十六．較、五十六．
勾弦和、一百四十四．較、六十四．
股弦和、二百．較八．
弦較和、一百六十．較、四十八．
弦和和、二百四十．較、三十二．
明弦、二百〇八．　勾、八十．　股、一百九十二．
勾股和、二百七十二．較、一百一十二．
勾弦和、二百八十八．較、一百二十八．
股弦和、四百較、一十六．
弦較和、三百二十．較、九十六．
弦和和、四百八十．較、六十四．
重弦、二十六．　勾、一十．　股、二十四．
勾股和、三十四．較、一十四．
勾弦和、三十六．較、一十六．

股弦和、五十、較、二。
弦較和、四十、較、一十二。
弦和和、六十、較、八。
以上二率城徑與今問正數同。

新設第三率
通弦、一千四百。勾、三百九十二。股、一千三百四十四。
勾股和、一千七百三十六。較、九百五十二。
勾弦和、一千七百九十二。較、一千〇〇八。
股弦和、二千七百四十四。較、五十六。
弦較和、二千三百五十二。較、四百四十八。
弦和和、三千一百三十六。較、三百三十六。
邊弦、一千二百二十五。勾、三百四十三。股、一千一百七十六。
勾股和、一千五百一十九。較、八百三十三。
勾弦和、一千五百六十八。較、八百八十二。

股弦和、二千四百〇一較、四十九。
弦較和、二千〇五十八。較、三百九十二。
弦和和、二千七百四十四。較、二百九十四。
底弦、八百。勾、二百二十四。股、七百六十八。
勾股和、九百九十二。較、五百四十四。
勾弦和、一千〇二十四。較、五百七十六。
股弦和、一千五百六十八。較、三十二。
弦較和、一千三百四十四。較、二百五十六。
弦和和、一千七百九十二。較、一百九十二。
黃廣弦、一千二百。勾、三百三十六。股、一千一百五十二。
勾股和、一千四百八十八。較、八百一十六。
勾弦和、一千五百三十六。較、八百六十四。
股弦和、二千三百五十二。較、四十八。
弦較和、二千〇一十六。較、三百八十四。

弦和和、二千六百八十八。較、二百八十八。
黃長弦、三百五十。勾、九十八。股、三百三十六。
勾股和、四百三十四。較、二百三十八。
勾弦和、四百四十八。較、二百五十二。
股弦和、六百八十六。較、一十四。
弦較和、五百八十八。較、一百一十二。
弦和和、七百八十四。較、八十四。
高弦、六百。勾、一百六十八。股、五百七十六。
勾股和、七百四十四。較、四百〇八。
勾弦和、七百六十八。較、四百三十二。
股弦和、一千一百七十六。較、二十四。
弦較和、一千〇〇八。較、一百九十二。
弦和和、一千三百四十四。較、一百四十四。
平弦、一百七十五。勾、四十九。股、一百六十八。

勾股和、二百一十七。較、一百一十九。
勾弦和、二百二十四。較、一百二十六。
股弦和、三百四十三。較、七。
弦較和、二百九十四。較、五十六。
弦和和、三百九十二。較、四十二。
大差弦、一千〇五十。勾、二百九十四。股、一千〇〇八。
勾股和、一千三百〇二。較、七百一十四。
勾弦和、一千三百四十四。較、七百五十六。
股弦和、二千〇五十八。較、四十二。
弦較和、一千七百六十四。較、三百三十六。
弦和和、二千三百五十二。較、二百五十二。
小差弦、二百。勾、五十六。股、一百九十二。
勾股和、二百四十八。較、一百三十六。
勾弦和、二百五十六。較、一百四十四。

股弦和、三百九十二。較、八。
弦較和、三百三十六。較、六十四。
弦和和、四百四十八。較、四十八。
皇極弦、六百二十五。　勾、一百七十五。　股、六百。
勾股和、七百七十五。較、四百二十五。
勾弦和、八百。較、四百五十。
股弦和、一千二百二十五。較、二十五。
弦較和、一千〇五十。較、二百。
弦和和、一千四百。較、一百五十。
太虛弦、一百五十。　勾、四十二。　股、一百四十四。
勾股和、一百八十六。較、一百〇二。
勾弦和、一百九十二。較、一百〇八。
股弦和、二百九十四。較、六。
弦較和、二百五十二。較、四十八。

弦和和、三百三十六．較、三十六．

明弦、四百五十．勾、一百二十六．股、四百三十二．

勾股和、五百五十八．較三百〇六．

勾弦和、五百七十六．較三百二十四．

股弦和、八百八十二．較一十八

弦較和、七百五十六．較一百四十四．

弦和和、一千〇〇八．較一百〇八．

重弦二十五．勾七．股二十四．

勾股和、三十一．較一十七．

勾弦和、三十二．較一十八．

股弦和、四十九．較一．

弦較和、四十二．較八．

弦和和、五十六．較六．

新設第四率

通弦、三千六百九十。　勾、八百一十。　股、三千六百。
勾股和、四千四百一十。較、二千七百九十。
勾弦和、四千五百。較、二千八百八十。
股弦和、七千二百九十。較、九十。
弦較和、六千四百八十。較、九百。
弦和和、八千一百。較、七百二十。

邊弦、三千三百二十一。　勾、七百二十九。　股、三千二百四十。
勾股和、三千九百六十九。較、二千五百一十一。
勾弦和、四千〇五十。較、二千五百九十二。
股弦和、六千五百六十一。較、八十一。
弦較和、五千八百三十二。較、八百一十。
弦和和、七千二百九十。較、六百四十八。

底弦、二千〇五十。　勾、四百五十。　股、二千。
勾股和、二千四百五十。較、一千五百五十。

勾弦和、二千五百。較、一千六百。
股弦和、四千〇五十。較、五十。
弦較和、三千六百。較、五百。
弦和和、四千五百。較、四百。
黃廣弦、三千二百八十。勾、七百二十。股、三千二百。
勾股和、三千九百二十。較、二千四百八十。
勾弦和、四千。較、二千五百六十。
股弦和、六千四百八十。較、八十。
弦較和、五千七百六十。較、八百。
弦和和、七千二百。較、六百四十。
黃長弦、七百三十八。勾、一百六十二。股、七百二十。
勾股和、八百八十二。較、五百五十八。
勾弦和、九百。較、五百七十六。
股弦和、一千四百五十八。較、一十八。

弦較和、一千二百九十六。較、一百八十。
弦和和。一千六百二十。較、一百四十四。
高弦、一千六百四十。勾、三百六十。股、一千六百。
勾股和、一千九百六十。較、一千二百四十。
勾弦和、二千。較、一千二百八十。
股弦和、三千二百四十。較、四十。
弦較和、二千八百八十。較、四百。
弦和和、三千六百。較、三百二十。
平弦、三百六十九。勾、八十一。股、三百六十。
勾股和、四百四十一。較、二百七十九。
勾弦和、四百五十。較、二百八十八。
股弦和、七百二十九。較、九。
弦較和、六百四十八。較、九十。
弦和和、八百一十。較、七十二。

大差弦、二千九百五十二。勾、六百四十八。股、二千八百八十。
勾股和、三千五百二十八。較、二千二百三十二。
勾弦和、三千六百。較、二千三百〇四。
股弦和、五千八百三十二。較、七十二。
弦較和、五千一百八十四。較、七百二十。
弦和和、六千四百八十。較、五百七十六。
小差弦、四百一十。勾、九十。股、四百。
勾股和、四百九十。較、三百一十。
勾弦和、五百。較、三百二十。
股弦和、八百一十。較、一十。
弦較和、七百二十。較、一百。
弦和和、九百。較、八十。
皇極弦、一千六百八十一。勾、三百六十九。股、一千六百四十。
勾股和、二千〇〇九。較、一千二百七十一。

勾弦和、二千〇五十．較、一千三百一十二．
股弦和、三千三百二十一．較、四十一．
弦較和．二千九百五十二．較、四百一十．
弦和和、三千六百九十．較、三百二十八．
太虛弦、三百二十八．　勾、七十二．　股、三百二十．
勾股和、三百九十二．較、二百四十八．
勾弦和、四百．較、二百五十六．
股弦和、六百四十八．較、八．
弦較和、五百七十六．較、八十．
弦和和、七百二十．較、六十四．
明弦、一千三百一十二．　勾、二百八十八．　股、一千二百八十．
勾股和、一千五百六十八．較、九百九十二．
勾弦和、一千六百．較、一千〇二十四．
股弦和、二千五百九十二．較、三十二．

弦較和、二千三百〇四。較、三百二十。
弦和和、二千八百八十。較、二百五十六。
重弦、四十一。勾、九。股、四十。
勾股和、四十九。較、三十一。
勾弦和、五十。較、三十二。
股弦和、八十一。較、一。
弦較和、七十二。較、一十。
弦和和、九十。較八。
以上三率。城徑與今問正數不同。

測圓海鏡細草卷第二

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

正率一十四問

假令有圓城一所。不知周徑。四面開門。門外縱橫各有十字大道。其西北十字道頭。定爲乾地。其東北十字道頭。定爲艮地。其東南十字道頭。定爲巽地。其西南十字道頭。定爲坤地。所有測望雜法。一一設問如後。

或問甲乙二人。俱在乾地。乙東行三百二十步而立。甲南行六百步。望見乙。問徑幾里。

答曰。城徑二百四十步。

法曰。此爲勾股容圓也。以勾股相乘。倍之爲實。併勾股冪以求弦。復加入勾股共。以爲法。

草曰。置甲南行六百步在地。以乙東行三百二十步乘之。得一十九萬二千步。倍之。得三十八萬四千步。爲實。以乙東行步自之。得一十萬〇二千四百步。爲勾冪。以甲南行步自之。得三十六萬步。爲股冪。二冪相併。得四十六萬二千四百步。爲弦方實。以平方開之。得六百八十步。則弦也。以弦加勾股共。共得一千六百步以爲法。如法而一。得二百四十步。則城徑也。合問。

或問甲乙二人俱在西門乙東行二百五十六步甲南行四百八十步望見乙問荅同前

法曰此爲勾上容圓也以勾股相乘倍之爲實併勾股冪以求弦加入股以爲法

草曰置甲南行四百八十步在地以乙東行二百五十六步乘之得一十二萬二千八百八十步倍之得二十四萬五千七百六十步爲實以乙東行步自之得六萬五千五百三十六步爲勾冪以甲南行步自之得二十三萬〇四百步爲股冪勾股冪相併得二十九萬五千九百三十六步爲弦方實以平方開之得五百四十四步爲弦也以加入甲南行步共得一千〇二十四步以爲法如法而一得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在北門乙東行二百步而止甲南行三百七十五步望見乙問荅如前

法曰此爲股上容圓也以勾股相乘倍之爲實以勾股冪求弦加入勾以爲法

草曰置甲南行三百七十五步以乙東行二百步乘之得七萬五千步倍之得一十五萬步爲實以乙東行自之得四萬步爲勾冪以甲南行自之得一十四萬〇六百二十五步爲股冪勾股冪相併得一十八萬〇六百二十五步爲弦方實如平方而一得四百二十五步則弦也加入乙東行二百步共得六百二十五步以爲法以法除之得二百四十步則城徑也合問

或問甲乙二人俱在圓城中心而立乙穿城向東行一百三十六步而止甲穿城南行二百五十五步望

見乙。問荅同前。

法曰。此爲勾股上容圓也。以勾股相乘。倍之爲實。併勾股冪、如法求弦。以爲法。

草曰。以二行步相乘。得三萬四千六百八十步。倍之。得六萬九千三百六十步。爲實。置乙東行自之。得一萬八千四百九十六步。爲勾冪。又以甲南行自之。得六萬五千〇二十五步。爲股冪。二冪相併。得八萬三千五百二十一步。爲弦方實。以平方開之。得二百八十九步。卽弦也。便以爲法。如法除實。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲乙二人。同立於乾地。乙東行一百八十步。遇塔而止。甲南行三百六十步。回望其塔。正居城徑之半。問荅同前。

法曰。此爲弦上容圓也。以勾股相乘。倍之。爲實。以勾股和爲法。

草曰。以二行步相乘。得六萬四千八百步。倍之。得一十二萬九千六百步。爲實。併二行步。得五百四十步。以爲法。以法除實。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲乙二人。俱在坤地。乙東行一百九十二步而止。甲南行三百六十步望乙。與城參相直。問荅同前。

法曰。此爲勾外容圓也。以勾弦相乘。倍之。爲實。以弦較共、爲法。

草曰。以二行步相乘。得六萬九千一百二十步。倍之。得一十三萬八千二百四十步。爲實。置乙東行自

之。得三萬六千八百六十四步。爲勾冪。又置甲南行自之。得一十二萬九千六百步。爲股冪。二冪相併。得一十六萬六千四百六十四步爲弦方實。以平方開之。得四百〇八步。即弦也。又置甲南行步內減乙東行步餘一百六十八步。即較也。以較加弦。共得五百七十六步。以爲法。實如法而一。得二百四十步。爲城徑也。合問。

〔案〕此題。用勾股求得弦。即可加減得弦較較。爲城徑。今必以勾股相乘倍積。爲實。求得弦。加減得弦較和。爲法。而後始得弦較較、爲城徑者。蓋欲因此竝明勾股相乘之倍積、爲弦較較、弦較和相乘之積。非故爲紆迴也。

或問甲乙二人。同立於艮地。甲南行一百五十步而止。乙東行八十步。望甲。與城參相直。問荅同前。

法曰。此爲股外容圓也。以勾股相乘倍之。爲實。以弦較較爲法。

草曰。二行步相乘。得一萬二千。倍之。得二萬四千步。爲實。以甲南行自之。得二萬二千五百步。爲股冪。又以乙東行步自之。得六千四百步。爲勾冪。勾股冪相併。得二萬八千九百步。爲弦方實。以平方開之。得一百七十步。即弦也。以二行步相減。餘七十步。爲勾股較也。以此較又減弦。餘一百步。即弦較較也。便以爲法。實如法而一。得二百四十步。即城徑也。合問。

〔案〕此題。係弦較和爲城徑。其用法實以較取和之意。與上題同。

或問甲乙二人。同立於巽地。乙西行四十八步而止。甲北行九十步。望乙與城參相直。問荅問前。

法曰。此爲弦外容圓也。勾股相乘。倍之。爲實。以弦和較爲法。

草曰。以二行步相乘。得四千三百二十步。倍之。得八千六百四十步。爲實。以甲北行自之。得八千一百步。爲股冪。又以乙西行自之。得二千三百〇四步。爲勾冪。二冪共。得一萬〇四百〇四步。爲弦方實。以平方開之。得一百〇二步。爲弦也。又併二行步。得一百三十八步。爲和。以弦減和。餘三十六步。得黃方。以爲法。實如法而一。得二百四十步。卽城徑也。合問。

〔案〕此題。弦和和卽城徑。其以勾股相乘倍積爲實、黃方爲法者。亦以明弦和和黃方相乘之積。與勾股相乘之倍積、爲相等也。

或問甲乙二人。俱在南門。乙東行七十二步而止。甲南行一百三十五步。望乙與城參相直。問荅同前。

法曰。此爲勾外容圓半也。以勾股相乘。倍之。爲實。以大差爲法。

草曰。以二行步相乘。得九千七百二十步。倍之。得一萬九千四百四十步。爲實。又以乙東行自之。得五千一百八十四步。爲勾冪。又以南行自之。得一萬八千二百二十五步。爲股冪。二冪相併。得二萬三千四百〇九步。爲弦方實。以平方開之。得一百五十三步。卽弦也。以乙東行七十二步。爲勾。以減弦。餘八十一步。卽勾弦差也。便以爲法。實如法而一。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲乙二人俱在東門甲南行三十步而止乙東行一十六步回望甲與城參相直問荅同前

法曰此爲股外容圓半也以勾股相乘倍之爲實以小差爲法

草曰以二行步相乘得四百八十步倍之得九百六十步爲實又以乙東行自之得二百五十六步爲勾冪又以甲南行自之得九百步爲股冪二冪相併得一千一百五十六步爲弦方實以平方開之得三十四步卽弦也以甲南行三十步爲股以減弦餘四步以爲法以法除實得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙出東門南行三十步望見甲問荅同前

法曰此爲半矮梯也以二行步相乘爲實如平方而一得半徑

草曰以二行步相乘得一萬四千四百步爲實以平方開之得一百二十步倍之卽城徑也合問

又問甲乙二人乙出南門折而東行七十二步而止甲出北門折而東行二百步望見乙問荅同前

法曰以二行步相乘得數四之爲實如平方而一得城徑

草曰二行步相乘得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步卽城徑也合問

又假令乙出南門折東行二十步甲出北門折東行七百二十步如此之類亦同上法（以上三問俱是以半矮梯求之）

〔案〕右三題。通爲一問。

或問甲乙二人。乙在艮地。東行八十步而立。甲在坤地。南行三百六十步。望見乙。問荅同前。

法曰。此爲兩差求黃方也。以二行步相乘。倍之爲實。以平方開之。得城徑。

草曰。二行步相乘。得二萬八千八百步。倍之。得五萬七千六百步爲實。以平方開之。得二百四十步。卽城徑也。合問。○別得甲南行。卽股圓差也。乙東行。卽勾圓差也。

或問甲出東門四十八步而立。乙出南門四十八步見之。問荅同前。

法曰。此當以方五斜七求之。每出門二步。管徑十步。

草曰。置出門步在地。以五之。得二百四十步。卽城徑也。據此法。合置出門步在地。以十之。二而一。以二數相折。故五因便是合問。

〔案〕方五斜七。疎率。非密率也。設問以盡此題之變。故率之疎密、勿論。

或問出西門南行四百八十步有樹。出北門東行二百步見之。問荅同前。

法曰。以二行步相乘爲實。二行步相併爲從。一步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。置南行步在地。內減天元半徑。得 $\overline{\text{太}}$ 三卄。〔案〕斜畫者。少之記也。$\overline{\text{太}}$三卄。是爲四百八十步少一元也。爲股圓差。〔銳案〕凡算式。自左而右。步而左。爲十百千萬。步而右。爲分釐毫絲。凡十百千萬之類。算式下注一字。餘悉可知。其不注者。竝以右方尾位爲步。其左方首位爲〇者。則以左方首位爲步。算有正負。以有斜畫者爲負。無

者爲正・其逐層布算之法・以虛數爲天元・旁記元字・眞數爲太極・旁記太字・元下必太・太上必元・故有元字・不記太字・有太字・不記元字・元上一層・則元自乘數・又上一層・則元再乘數・凡上一層・則元再乘數・太下一層・則元除太數・又下一層・則元再除太數・凡下一層・則增一除・凡加法・以元加元・以太加太・各齊其等・同名相加・異名相減・相加者・正者正之・負者負之・相減者・本數大・則本數正者正之・負者負之・加數大・則本數正者負之・負者正之・無對者・正者正之・負者負之・凡減法・亦齊其等・同名相減・異名相加・相減者本數大・則正者正之・負者負之・減數大・則正者負之・負者正之・相加者・本數正者正之・負者負之・無對者・本數正者正之・負者負之・減數正者負之・負者正之・凡乘法・亦齊其等・列左右兩行・以左行下方一層起・自下而上・偏乘右行・爲乘第一次・又於左行轉上一層・亦偏乘右行・爲乘第二次・如是累乘・有若干層・則乘若干次・後一次所得・較前一次所得・遞進一層・同名相乘・所得爲正・異名相乘・所得爲負・乘訖・同名相加・異名相減・以太乘太・所得者爲太・元乘太・所得者爲元・凡除法・多不受除・惟以天元一爲法者・以除元、得太・以除太、得太下一層・同名相除・所得爲正・異名相除・所得爲負・凡加減乘除所得算式有誤・竝如前法算正・

又置乙東行步在地內減天元得下式 $\overline{\text{太}}\ \overline{\text{二}}\ \overline{\text{○○}}$ 爲勾圓差以勾圓差增乘股圓差得 $\overline{\text{一}}\ \overline{\text{太}}\ \overline{\text{○○}}\ \overline{\text{三}}\ \overline{\text{○○○}}$ 〔案〕一畝爲一平方・少六百八十元・多九萬六千步・爲半段黃方冪・即城冪之半也・寄左

又置天元冪以倍之得 $\overline{\text{二}}\ \overline{\text{冖}}$ 亦爲半段黃方冪與左相消得 $\overline{\text{十}}\ \overline{\text{太}}\ \overline{\text{○}}\ \overline{\text{三}}\ \overline{\text{○○○}}$ 如法開之得半徑合問・〔銳案〕相消・即相減・方程所謂直除是也・可以又數減寄左數・亦可以寄左數減又數・故曰相消也・凡相消所得算式有誤・竝如法算正・今歐邏巴所傳借根方・出於立天元術・其加減乘除之法竝同・惟此相消法・與借根方兩邊加減・則有異・蓋相消止用減・兩邊加減則兼用加・二法相課・雖得數適同・而正負互異・如此問・以又數減寄左數・得下層實、正・中層從、負・上層隅、負・而以兩邊加減命之・則步數、根數、平方數、皆爲多號・多即正・少即負・是實數同爲正・而從隅之正負相反・若以寄左數減又數・則得實、負・從、正・隅、正・是從隅同爲正、而實數之正負相反・總而論之・加減所得之實・必是多號・而相減所得之實・亦有負算・相消而得負實者・則從廉隅之正負・與加減所得合・相消而得正實者・則從廉隅之正負・與加減所得必相反也・又借根方加減之後・遇兩邊俱無眞數者・則有降位之法・令一邊爲眞數・一邊爲根方數・然後開方・然其位雖降・而其數不殊・古人文簡・不立此法・既相消後・即不論天元太極等位・但以下層爲實・以上爲從廉隅・故相消所得算式旁・更不記元太等字・別卷間有記者・實亦可省也・相消後・算式得兩層者・上法下實・除之即得・得三層者・下層爲實・中層爲從・上層爲隅・以平方除之・得四層者・下層爲實・實上爲從・從上爲廉・廉上爲隅・以立方除之・凡多一層・則增一廉・而開方增一乘・凡開方除・古有帶從法・有減從減廉減隅諸法・有翻法・有益積法・略見顧應祥分類釋術・今又有開帶縱

諸乘方簡法・通初商次商爲一道・布算最便・寫之如後・法曰・列實於上・以初商乘從・得從積・以初商自之・以乘廉・得廉積・有第二第三廉者・累以初商自增乘・爲各廉乘數・以乘各廉・得各廉積・以初商乘末廉乘數・以乘隅・得隅積・求得從廉隅各積於下・同名以加・異名以減上位・卽得・初商有不盡者・復列元實於上・幷初商次商如前入之・此法據相消所得正負言之・故同名以加・異名以減・若以加減所得多少入算・則當以同名減・異名加也・〔案〕相消者・取上兩相等之數・同加減相等之數・使一爲步數・一爲方元數・仍相等也・如寄數內・減一平方・加六百八十元・則得九萬六千步・又數內亦減一平方・加六百八十元・則得一平方六百八十元・是爲一平方六百八十元・與九萬六千步等・故其式爲 一 ≡ 𝍠 ≡ 𝍠 舊稿・方元數皆作斜畫以別之・然遇方方元數・有多少異號者・殊混人目・今不用・〔銳案〕此緣不知相消古法・故以負算斜畫爲別方元之記・又以爲混人目而輒去之・誤甚・

又法・識別得二行併・卽大弦也・立天元一爲半徑・置甲南行步加天元一・得 𝍠 ≡ 𝍠 ○ 爲大股・又置乙東行步加天元得 𝍠 一 𝍠 ○ 爲大勾也・勾股相乘得 一 𝍠 𝍠 ≡ 𝍠 ○ 爲一个大直積・以天元除之・得下式 𝍠 𝍠 ○ ≡ 𝍠 ○ ○ 爲三事和也・寄左・黃方除倍積・得三事和・今以半黃方除直積・亦爲三事和也・然後併二行步・又併入勾股共・得 𝍠 三 ○ 爲同數・與左相消・得 十 𝍠 ○ ≡ 𝍠 ○ ○ 以平方開之・得一百二十步・倍之・得全徑也・合問・

〔案〕是書皆先法後草・草者・以立天元一推衍・而得其方元積數者也・法者・又取推衍中之支節條目・融會而歸於簡約者也・草者法之本・法者草之用・法使人易於推步・而草則存其義・以俟知者・二者相須・不可偏廢・顧應祥僅演其開方乘除之數・而去其細草・蓋亦不得其理矣・

測圓海鏡細草卷第三

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

邊股一十七問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出西門南行四百八十步望見乙復就乙行五百一十步與乙相會問荅同前

法曰倍相減步以乘二之甲南行步爲平方實得城徑

草曰識別得二行相減餘三十步卽乙出東門南行步也倍相減步得六十步以乘二之甲南行步九百六十步得五萬七千六百步爲平方實如法開之得二百四十步卽城徑也合問

或問甲出西門南行四百八十步而止乙從艮隅東行八十步望見甲問荅同前

法曰倍南行步以東行步乘之爲實東行步爲從方一步常法得全徑

草曰立天元一爲圓徑以減於二之甲南行步得 爲兩个大差也以乙東行步乘之得 爲圓徑冪寄左然後以天元冪與左相消得 以平方開之得二百四十步卽城徑也合問

又法。半之乙東行步。乘南行步。爲實。半乙東行步。爲從。一步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。減甲南行步。得 𠆢 三 ||| 。爲大差也。以半之東行步乘之。得 ||| 𠆢 三 ||| 。即半徑冪。寄左。然後以天元冪爲同數。與左相消。得 十 ||| 。開平方。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問甲出西門。南行四百八十步而止。乙從艮隅。亦南行一百五十步。望見甲。問荅同前。

法曰。兩行步相乘。爲實。南行步爲從方。一爲隅。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。以減乙南行步。得 𠆢 ||| 。爲半梯頭。以甲行步爲梯底。以乘之。得 ||| 𠆢 三 ||| 。爲半徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得 十 ||| 。開平方。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問甲出西門。南行四百八十步。乙出東門。直行一十六步。望見甲。問荅亦前。

法曰。以四之東行步。乘南行冪。爲實。從空。東行爲廉。一步爲隅。法得全徑。

草曰。立天元一爲圓徑。加乙東行步。得 𠆢 ||| 上 。爲中勾。其甲南行。即中股也。置東行步爲小勾。以中股乘之。得 ||| 𠆢 。合以中勾除。今不受除。便以爲小股也。（內寄中勾分母。）乃復以中股乘之。得三百六十八萬六千四百。又四之。得一千四百七十四萬五千六百。爲一段圓徑冪。（寄中勾分母。寄左。）然後以天元徑自之。

又以中勾乘之得 一 ㄣ 𝍠 爲同數與左相消得 十 ㄣ 〇 ☰ 𝍠 以立方開之得二百四十步爲城徑也合問

〔案〕不受除者無可除之理也凡二數此數與彼數有可除之理則受除無可除之理則不受除也蓋除有法有實實可二法不可二此題以中勾爲法而中勾內有一元又有十六步其爲數已二矣又何以均分不一之數乎故曰不受也寄分者姑寄其應除之數也俟求得兩相等數而此數內尚少一除不除此而轉乘彼則兩數仍相等猶之受除者也此所謂以乘代除也

或問乙出南門東行七十二步而止甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直問荅同前

法曰以乙東行冪乘甲南行爲實乙東行冪爲從方甲南行步內減二之東行步爲益廉一步常法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以減南行步得 ㄣ 𝍠 ☰ 𝍠 爲小股又以天元加乙東行得 ㄣ 止 ☰ 爲小勾又以天元加南行步得 ㄣ 止 ☰ 𝍠 爲大股乃置大股在地以小勾乘之得下式 一 ☰ ㄣ 止 ☰ 𝍠 合以小股除之今不受除便以爲大勾（內寄小股分母）又置天元半徑以分母小股乘之得 十 ☰ 𝍠 ㄣ 以減大勾得 一 止 ㄣ 止 ☰ 𝍠 ☰ 𝍠 爲半个梯底於上以乙東行七十二步爲半个梯頭以乘上位得 ☰ 止 ☰ ㄣ 止 ☰ 𝍠 ☰ 𝍠 爲半徑冪（內寄小股分母寄左）然後置天元冪又以分母小股乘之得 十 ☰ 𝍠 ㄣ 爲同數與寄左

相消得一 ||||| ||| ||| 。以立方開之得一百二十步。倍之即城徑也。合問。

又法曰。以云數相乘爲實。相減爲從。一虛法平開得半徑。

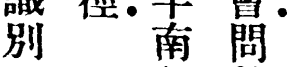
草曰。別得二數相併爲大股內、少一虛勾。其二數相減爲大差弦也。立天元一爲半徑。副置之。上位減於四百八十得 ||| 。爲股圓差。即大差股也。下位加七十二得 ||| 爲大差勾。勾股相乘。得下式

十 ||| ||| 。爲一段大差積。寄左。〇〔銳案〕七十二下。得下式上。元本脫。今據卷第四第五問又法之例補。再以大差勾減於大差股。餘 ||| 爲較。又加入大差弦四百單八。共得 ||| 爲弦較共也。以天元乘之。得 ||| 爲同數。與左相消。得 ||| 。以平方開之。得一百二十步。即半徑。合問。前法太煩。故又立此法以就簡也。

或問乙出南門。東行不知步數而立。甲出西門。南行四百八十步。望見乙。與城參相直。又就乙行四百〇八步。與乙相會。問荅同前。

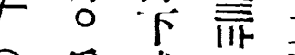
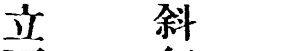
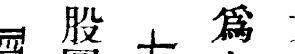
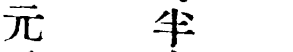
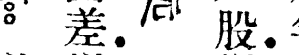
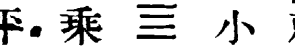
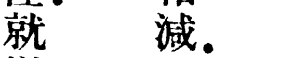
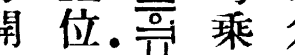
法曰。二行步相減。以乘甲南行步。爲實。甲南行步內減相減步。爲益方。一步常法。得半徑。

草曰。識別得二行相減。餘七十二步。即是乙出南門東行數也。更不須用弦。遂立天元一爲半城徑。加乙東行得 ||| 。爲小勾也。副置南行步。上減天元。得 ||| 。爲小股。下加天元。得 ||| 。爲大股。乃置大股以小勾乘之。得下式。 ||| ||| 。合以小股除之。今不受除。便以此爲大勾也。內帶小股

分母。又倍天元。以小股乘之。得下式。 以減於大勾。得  。爲勾圓差也。合以股圓差乘之。緣此勾圓差內已帶小股分母。（小股。即股圓差也。）更不須乘。便以此爲半段黃方冪。（更無分母也。寄左。）乃以天元自之。又倍之。爲同數。與左相消。得 。以平方開之。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問乙出東門。直行不知步數而止。甲出西門。南行四百八十步。望見乙。復就乙斜行五百四十四步。與乙相會。問荅同前。

法曰。半南行步減半斜行步。以乘南行冪。爲實。從方空。半斜行半南行相減。得數。加入南行步。爲隅法。得半徑。

草曰。識別得二行相減。餘六十四步。即半徑爲股之勾也。立天元爲半徑。就以爲小股。其二行相減。餘六十四步。即小勾也。乃置甲南行步。加天元。得下式。  爲大股。以小勾乘之。得  。又以小股除之。得  。爲大勾。又倍天元一。減之。得下式  。爲勾圓差也。半之。得  。於上。乃以天元減甲南行步。得  。爲股圓差。以乘上位。得  。爲半徑冪。（寄左。）然後以天元冪。與左相消。得下式  。以平方開之。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

〔案〕此問以小股爲除法。蓋因小股只一天元。其數不二。猶有可除之理也。然得數降於實數之下者。皆不可以命名。至開方時。仍須各升一位以計之。是兩邊各加一乘。猶是寄分之理。

又法。以二數差乘二數併。開方得邊勾。復以邊股乘之爲實。併二數而半之爲法。實如法。得二百四十步。即城徑。此蓋用前勾上容圓法也。

或問乙從乾地東行不知幾步而止。甲出西門南行四百八十步望見乙。復就乙斜行六百八十步與乙相會。問荅同前。

法曰。併二行數。以二行差乘之。內減二行差羃。爲實。併二行差及二行差。爲從方。二步常法。得半徑。

草曰。識別得二行相減餘二百步。即半圓徑與小差共數也。立天元一爲半城徑。加於二百步。得 $\overline{\text{元}}\ \overline{\text{一}}\ \overline{\text{二百}}$。爲大勾也。又以天元加於甲南行四百八十步。得 $\overline{\text{元}}\ \overline{\text{一}}\ \overline{\text{四百八十}}$。即大股也。乃以大勾自之。得 $\overline{\text{一}}\ \overline{\text{二百}}\ \overline{\text{元}}\ \overline{\text{四百八十}}\ \overline{\text{元}}\ \overline{\text{二十三萬}}\ \overline{\text{四千}}$。爲勾羃。寄左。乃置乙斜行六百八十步爲大弦。加入大股。共得 $\overline{\text{元}}\ \overline{\text{一千}}\ \overline{\text{一百}}$。於上。再置二行差內減天元。得 $\overline{\text{百}}\ \overline{\text{二}}$。爲小差。以乘上位。得 $\overline{\text{十}}\ \overline{\text{二萬}}\ \overline{\text{四千}}$。爲同數。與左相消。得 $\overline{\text{十}}\ \overline{\text{一萬}}\ \overline{\text{六千}}$。以平方開之。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

又法。小求差。二行相減。以自之。又四之。爲實。二行相減。八之。於上。二之。南行步內減二之。二行相減數。又以加上位。爲益方。二步常法。

草曰立天元一爲小差減二行差得𠆢一𠀇𠀇爲半城徑以自之得一𠀆𠀇𠀇𠀇又四之得三𠀆𠀇𠀇𠀇爲圓徑冪寄左然後以半城徑減於甲南行得一𠀇𠀇又倍之得二𠀇𠀇爲兩个大差也又以天元乘之得一𠀆𠀇𠀇𠀇爲同數與左相消得下式一𠀆𠀇𠀇𠀇以平方開之得八十步爲小差也

或問乙出南門不知步數而立甲出西門南行四百八十步望乙與城參相直復就乙斜行二百五十五步與乙相會問荅同前

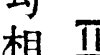
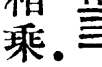
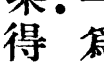
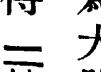
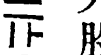
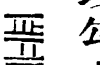
法曰甲南行內減二之兩行差餘以乘甲南行又倍之爲實二步爲隅得半徑

草曰別得二行步相減餘二百二十五步乃是半徑爲勾之股也立天元一爲半城徑就以爲小勾率其二行差二百二十五步即爲小股率乃置甲南行步加入天元得一𠀆𠀇𠀇爲太股以天元小勾乘之得一𠀆𠀇𠀇合以小股除今不受除（案）此所謂不受除乃其數奇零不能盡非無可除之理也與前辭同而意異便以此爲大勾內寄小股爲母乃倍天元以小股乘之得二𠀆𠀇𠀇以減大勾餘一𠀇𠀇爲一个小差於上內寄小股分母乃以天元減甲南行步得𠆢二𠀆𠀇𠀇爲大差也以乘上位得一𠀆𠀇𠀇𠀇又倍之得一𠀆𠀇𠀇𠀇爲圓徑冪內寄小股分母寄左然後倍天元以自之又以小股乘之得一𠀆𠀇𠀇𠀇𠀇爲同數與左相消得一〇二𠀆𠀇𠀇以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

〔案〕此題止用股弦求勾法。卽得城半徑。其必展轉數次而後始得者。益見其爲發明立天元一之術。使人易曉也。後多有倣此者。

或問乙出南門。直行一百三十五步而止。甲出西門。南行四百八十步望乙。與城參相直。問荅同前。

法曰。二行步相減。餘以自乘。內減乙行冪。爲實。二之甲南行。爲益從。一步常法。得半徑。

草曰。立天元一以爲半徑。便以爲勾率。又以天元加乙行步。併以減於甲行步。得  爲股率。乃置乙南行步一百三十五步。爲小股。以勾率乘之。得  合以股率除之。今不受除。乃便以此爲小勾。（內寄股率分母。）又置乙南行步加二天元。得  爲大股。以勾率乘之。得  合以股率除之。今不受除。便以此爲大勾。（內寄股率分母。）以小勾大勾相乘。得  爲半徑冪。（內帶股率冪寄左。爲分母。）然後置天元。以自乘。又以股率冪乘之。得 爲同數。與左相消。得  以平方開之。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

〔案〕此草。得數爲九百六十立方。少一三乘方。與十萬零八百平方等。（銳案）九百六十。益從負也。而此反以爲多。一步常法。正也。而此反以爲少。蓋誤以兩邊加減法命之耳。說見前卷。後凡如此者。竝同。皆虛數也。各降二位。卽如各以平方除之。乃爲九百六十元。少一平方。與十萬零八百步等。兩數等。所降之位又等。則兩數仍相等。而實積步數乃出矣。故可以帶縱平方開之也。此係降位而得實數者。與前升位而得實數者。其理互相發明。草中不言。蓋以爲不待

於言也.

或問甲乙二人同出西門向南行至西南十字道口分路乙折東行一百九十二步而立甲又南行甲通行四百八十步望乙與城參相直問荅同前

法曰兩行相乘得數又以乙東行乘之爲實二行相乘於上位又置乙東行以二行相減數乘之得數加上位爲法

草曰立天元一爲半城徑副之上位加甲行步得 爲大股也下位減於甲行步得 爲小股也其乙東行卽小勾也置大股以小勾乘之得 內寄小股 爲母便以爲大勾也置天元以母通之得 減於大勾得 爲半个矮梯底於上再置乙東行內減天元得下式 爲半个矮梯頭以乘上位得下式 爲如積與左相消得 爲半徑冪寄左再置天元以自之爲冪又以分母乘之得 爲如積與左相消得 上法下實得一百二十步卽城之半徑也合問

〔案〕草中相消法皆得兩邊數此獨得一邊二數蓋此條共數比彼條共數少一數又多一數爲相等則多少二數其必爲相等無疑矣多少數多者亦倣此此又相消法中之一變也〔銳案〕尋兩邊數得一邊數者相消之法也校書者惟知借根方法故反以得一邊數者爲變法耳

又法二行步相乘爲實倍甲南行內減乙東行爲法

草曰立天元一爲半城徑副之上位加甲南行得 爲大股下位減甲行步得 爲小股便是股圓差也其乙東行卽小勾也置大股以小勾乘之得 內寄小股爲母便以爲大勾也再置天元以二之又以分母乘之得 爲全徑以減於大勾餘 爲勾圓差也合以股圓差乘之緣內已有小股分母不須更乘便以此爲兩段之半徑冪也更無分母寄左然後置天元冪以二之得 爲如積以左相消得 上法下實得一百二十步卽半城徑也合問

或問見邊股四百八十步重弦三十四步問荅同前

法曰重弦乘邊股半之爲實半重弦半邊股相併爲從半步隅法平方得重股

草曰立天元一爲重股加重弦得爲平勾也又以天元減邊股而半之得 爲高股也平勾高股相乘得 爲半徑冪寄左然後以天元乘邊股爲同數與左相消得下式 開平方得重股三十步以乘邊股開平方倍之卽圓徑也合問

或問見邊股四百八十明弦一百五十三問荅同前

法曰二云數相減復倍之內減邊股復以邊股乘之於上又以明弦冪乘上位爲實以邊股乘明弦冪

又二之爲從二云數相減餘以自之爲第一廉二云數相減又倍之爲第二益廉一常法開三乘方得明勾 上

草曰立天元一爲明勾加明弦得 𝍠 爲高股也以高股減邊股餘 𝍠 爲高弦以倍之得 𝍠 爲黃廣弦也內却減邊股得 𝍠 爲重股復以邊股乘之得 𝍠 於上又以明弦自乘得二萬三千四百〇九爲分母以乘上位得 𝍠 爲帶分半徑冪 寄左 然後置黃廣弦以天元乘之得十 𝍠 復合以明弦除之不除寄爲母便以此爲全徑又半之得十 𝍠 爲半徑以自之得 一 上 𝍠 爲同數與左相消得下式 一 上 𝍠 開三乘方得七十二步即明勾也餘各依法入之合問

又法邊股內減二明弦復以邊股乘之復以明弦冪乘之爲三乘方實廉從立與前同

草曰識別得二數相減餘 𝍠 爲高股虛弦共又爲高弦明勾共此餘數內又去半徑即明和也明和明弦相併即股圓差相減則明黃方也又倍明弦加明黃亦得股圓差也邊股內減明勾餘即大差弦也立天元一爲明勾減於云數相減數得 𝍠 即高弦也以高弦減邊股得 𝍠 即高股也以高股減於云數相減數得 𝍠 即虛弦也以天元又減虛弦得 𝍠 即重股也乃置高弦以天元乘之得十 𝍠 合明弦除不受除便以此爲高勾也 即半徑 高勾自之得 一 𝍠

爲半徑冪。（內帶明弦冪分母。寄左。）然後置邊股以重股乘之得爲半徑冪。又以明弦冪二萬三千四百〇九分母通之得爲同數。與左相消。得實從廉隅五層。一如前式。

或問邊股四百八十步。高弦二百五十五步。問荅同前。

法曰。以邊股減於二之高弦。復以邊股乘之。開平方。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。先倍高弦。內減邊股餘。復以邊股乘之得。（寄左。）以天元冪與左相消。得開平方。得數倍之。即城徑也。合問。

或問邊股四百八十步。平弦一百三十六步。問荅同前。

法曰。置平弦。以邊股再乘之。爲實。以邊股自之。爲益從。平弦爲益廉。一虛隅。開立方。得半徑。

草曰。別得平弦。即皇極勾也。立天元一爲半徑。副之上位。加平弦。得即邊勾也。下位減於平弦。得即重勾也。置重勾。以邊股乘之。得。合邊勾除。今不受除。寄爲母。便以此爲重股。乃以此邊股乘之。得爲半徑冪。（內帶邊勾分母。寄左。）然後以天元爲冪。以分母邊勾乘之。得爲同數。與左相消。得開立方。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問邊股四百八十步明股明弦和二百八十八步問荅同前

法曰以二之云數相減餘加邊股復以減餘乘之訖又折半於上又以減餘自之減上位爲實併云數半之爲法得明勾

草曰別得二數相減 爲大差勾 立天元一爲明勾減於大差勾得 卽半徑也又以天元減半徑得 爲虛勾於上又以半徑加邊股得 於下上下相乘得 折半得 爲半徑冪 寄左然後以半徑冪 爲同數與左相消得 上法下實得七十二步卽明勾也合問

或問見邊股四百八十步重勾重弦和五十步問荅同前

法曰半邊股半和步相併得 爲汎率〔銳案〕此文相併下當有又加和步四字分類釋術曰股和相併半之得二百六十五爲汎率以汎率減邊股餘二百一十五自之得四萬六千二百二十五和步乘汎率得一萬三千二百五十二數相減餘三萬九千六百爲平實以汎率減邊股六之得一千二百九十爲從方開之得重股三十案此求泛率不加和步然其所得實從隅之數皆不與細草合益顧氏所見本已有脫漏不能是正乃宛轉傅合以立此術非通法也以汎率減邊股以自之又二之於上以和步乘汎率減上位爲實以汎率減邊股六之於上內又加半个邊股三个和步爲益從三步常法得重股

草曰別得和步得重股卽小差也小差邊股共卽二中差〔案〕此句誤○〔銳案〕此數偶合於新設四率俱不通立天元一爲重

股加和步得 即小差也以小差加邊股而半之得 即中差也中小差相併得 即大差也以小差乘之得 爲半段徑冪 寄左 然後置邊股內減大差得 爲半徑以自之得 又倍之得下式 與左相消得下式 開平方得三十步即朱股也合問

〔案〕草云以小差邊股共即二中差有誤蓋中差即勾股較小差即股弦較邊股即勾弦較與容圓半徑和若設勾二十股二十一弦二十九則勾弦較九容圓半徑六併之得十五爲邊股股弦較八爲小差小差邊股共得二十三勾股較一爲中差倍之僅得二則相差二十一矣是知細草乃因題數之偶合而誤非正法也今依其術另設法草於後以補其闕

法曰以朱勾弦和自之邊股再乘爲實倍邊股加朱勾弦和再以朱勾弦和乘之爲從又倍朱勾弦和減邊股餘爲益廉一爲隅帶縱立方開之得朱股

草曰別得邊股即高股弦和朱股即高股弦差朱股弦和即半勾也立天元一爲朱股自之得 應以朱勾弦和除之不除便以爲朱勾弦較 內寄朱勾弦和分母 轉以朱勾弦和自之得 爲朱勾弦和加朱勾弦較得 爲倍朱弦又以朱勾弦和分母乘倍朱股得 爲倍朱股與倍朱弦

相加得 一〇〇元 三三〇〇 爲倍重股弦和。卽倍平勾。又於邊股內減重股。得 方 三三〇 爲倍高股。倍高股倍平勾相乘得 十 三三〇 三三三〇 一〇〇〇〇 爲圓徑冪。寄左。又以邊股重股相乘得 三三〇元 爲半徑冪。四因之得 一三二〇元 爲圓徑冪。又以重股弦和分母乘之得 三三〇〇元 爲同數。與左相消得 一 三三〇 三三〇〇 一〇〇〇〇 開帶縱立方。得重股三十步。合問。〔銳案〕此所謂相消・實兩邊加減也・卷四末補法同・

〔銳案〕此法及草因數偶合而誤。今別擬如後，

法曰。和步乘邊股。又以和步乘之。爲實。倍邊股加和步。又以和步乘之。爲從。邊股內減二之和步。爲益廉。一常法。開立方。得重股。

草曰。別得邊勾邊弦和內減和步。卽黃廣勾弦和也。邊股得重股。卽黃廣弦也。黃廣勾。卽圓徑。重弦上三事和。卽小差。立天元一爲重股。以和步乘邊股。得 三三 以重股除之。得 外 三三 爲邊勾邊弦和也。以和步減之。餘得下式。 三三 爲黃廣勾弦和也。以天元加邊股。得下式。 三三〇 爲黃廣弦。以減於黃廣勾弦和。餘得下式。 方 三三〇 三三 爲圓徑。倍邊股。得下 三〇外 內減圓徑。得下式。 三三 三三 爲兩个大差。於上。又以和步加天元。得下式 三三〇 爲小差。以乘上位。得 一 三三〇。

為徑冪。寄左。然後以天元乘邊股。又四之。得
為同數。與左相消。得一
開立方。得三十步。即重股也。合問。

測圓海鏡細草卷第四

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

底勾一十七問

或問乙出南門東行不知步數而立甲出北門東行二百步見之就乙斜行二百七十二步與乙相會問
荅同前

法曰二行差數乘甲東行又四之爲平方實得全徑

草曰識別得二行相減餘七十二步卽乙出南門東行數也以甲東行減於就乙斜行餘七十二步以
乘甲東行步得一萬四千四百步又四之得五萬七千六百步爲實以平方開之得二百四十步卽城
徑也合問

或問乙從坤隅南行三百六十步甲出北門東行二百步見之問荅同前

法曰二行步相乘倍之爲實乙南行爲從一步常法

草曰立天元一爲城徑以減於二之甲東行步得 $\overline{\text{太}}$ 三。 爲兩个小差以乙南行步乘之得 $\overline{\text{三}}\overline{\text{十}}\overline{\text{六}}\overline{\text{〇}}$
$\overline{\text{三}}\overline{\text{〇}}\overline{\text{〇}}$。 爲城徑冪寄左。 然後以天元冪與左相消得 $\overline{\text{十}}$ 三 $\overline{\text{六}}\overline{\text{〇}}$ $\overline{\text{三}}\overline{\text{〇}}\overline{\text{〇}}$。 以平方開之得二百四十步卽

城徑也。合問。

又法。半之乙南行步。乘甲東行。爲實。半乙南行。爲從。一步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。減甲東行。得 〇 一 二〇。爲小差。乃半乙南行步。得一百八十步。以乘小差。得 一四〇〇 三二〇〇。爲半徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得下式。十 一四〇 三二〇〇。以平方開之。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問乙從坤隅東行一百九十二步而止。甲出北門。東行二百步見乙。問荅同前。

法曰。兩行步相乘。爲實。甲東行爲從。一爲隅。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。減於乙東行。得 〇 一 二。以甲行步乘之。得 一四〇〇 三二〇〇。爲半徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得 十 一四〇 三二〇〇。以平方開之。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問乙出南門。直行一百三十五步。甲出北門。東行二百步見乙。問荅同前。

法曰。以乙南行步。乘甲東行冪。又四之。爲實。從空。乙南行爲廉。一步常法。

草曰。立天元一爲城徑。加乙南行。得 一 一三五 三三。爲股率。其甲東行。即勾率也。置乙南行 一三五 三三。爲小股。以勾率乘之。得 一四〇〇 三二〇〇。合以股率除。今不受除。便以此爲小勾。寄股率爲母。乃以甲東行步乘之。得 〇 一 二〇〇〇 三二〇〇〇〇。又四之。得二千一百六十萬。於太極位爲一段城徑冪。寄股率分母。然後以天元城徑自之。又以股

率分母通之。得 一 三三 ○ 為同數。與左相消。得下式 十 三 ○ 以立方開之。得二百四十步。即城徑也。合問。

又法。二行相乘又以自乘為實。以東行冪乘南行冪為益方。南行冪為從八步益隅。（銳案）此有誤。當云以二之東行乘南行冪為益方。南行冪為從廉。四之東行為益隅。立方開。得小勾七十二。

草曰。立天元一為小勾。以南行為小股。以東行一百步為大勾也。置大勾。內減天元。得 為中勾也。以小股乘之。得 以天元小勾除之。得 為中股。即城徑也。以自之。得 為城徑冪也。寄左。又立天元小勾。以乘大勾二百步。又四之。得 為同數。與左相消。得 開立方。得七十二步。即小勾也。以乘大勾二百步。為實。平方開得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

又法。求半徑。以南行步乘東行冪為實。從空。東行步為廉。二常法。

草曰。立天元一為半徑。以二之。加南行步。得 為股率。以東行為勾率。以南行為小股也。置小股。以勾率乘之。得 以股率除之。不受除。只寄股率分母。便以此為小勾也。又以勾率與之。得下式。 為半徑冪。寄左。再立天元半徑。以自之。又以分母股率乘之。得 為同

數與左相消得 十 三乎 〇 三 開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

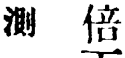
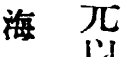
或問乙出東門南行三十步而止甲出北門東行二百步望見乙與城參相直問荅同前

法曰以甲東行步乘乙南行冪爲實以乙南行冪爲從甲東行內減二之乙南行爲益廉一步爲隅得半徑

草曰立天元一爲半城徑減於甲東行步得 百 二 爲小勾以天元加於乙南行步得 三〇 爲小股乃以天元加東行步得 二 爲大勾置大勾以小股乘之得 一 合以小勾除之今不受除便以此爲大股（內帶小勾分母）又置天元半徑以分母小勾乘之得十 減於大股餘 以乙南行步乘之得 以 爲半徑冪（內有小勾分母寄左）然後以天元爲冪又以小勾通之得 十 爲同數與左相消得下式 一 以立方開之得一百二十步倍之即城徑也合問（翻法在記〇〔銳案〕據此知開方除法當別有一書今無攷）

又法乙南行乘甲東行爲平實二數相減爲從一益隅翻開得半徑

草曰別得二數相併爲大勾內少一虛股其二數相減爲小差弦也立天元一爲半徑副置之上位減於二百步得 爲勾圓差（即小差勾也）下位加三十步得 三〇 爲小差股勾股相乘得 十 爲一段小差積寄左再以小差勾減小差股餘有 爲一較也又以此較減於

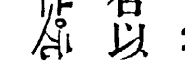
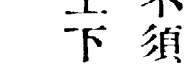
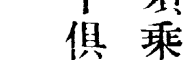
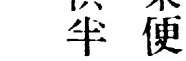
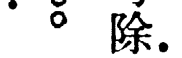
小差弦  得下式 爲一个弦較較以天元乘之得下式 爲同數與左相消得  開平方得一百二十步卽半城徑也合問 翻法在記

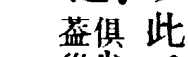
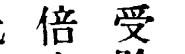
再立此法者蓋從簡也

〔案〕此乃以小差勾爲平弦上弦較較半徑爲平股故以小差弦上弦較較與半徑相乘等於平弦上弦較較與小差股相乘爲一段小差積也

或問乙出東門南行不知步數而立甲出北門東行二百步望見乙復就乙斜行一百七十步與乙相會問蒼同前

法曰以二行差乘甲東行爲實甲東行內減二行差爲益方一步常法得半徑

草曰識別得二行相減餘三十步卽乙出東門南行步也 更不須用弦 立天元一以爲半城徑加乙南行得 爲小股副置甲東行步上位減天元得下式 爲小勾下位加天元得  爲大勾也乃置大勾以小股乘之得下式  以小勾除不受除便以此爲大股 內帶小勾分母 又倍天元以小勾乘之得  以減於大股得  又倍之得  爲兩个股圓差合以勾圓差乘之緣爲其中已帶小勾分母更不須乘便以此爲黃方冪 更無分母 寄左

然後倍天元以自之爲同數與左相消得  上下俱半之 俱半之者蓋從簡也 得 

以平方開之。得一百二十步。倍之。卽圓徑也。合問。

或問乙出南門。直行不知步數而止。甲出北門。東行二百步。見之。復就乙斜行四百二十五步。與乙相會。問荅同前。

法曰。倍兩行差。以乘二之甲東行。爲實。從空四之甲東行、於上。倍兩行差。加上位。爲隅。得半徑。

草曰。識別得二行差二百二十五步。卽半徑爲勾之股也。立天元一以爲半徑。便是小勾。其二行差。便是小股。乃置甲東行步。加天元。得 ○ 二 ○ 爲大勾。以小股乘之。得下式 ≡≡ ≡ ○ ○ 又以小勾除之。得 ○ 二 ≡ ≡ ○ ○ 爲大股。又倍天元以減之。得 十 ○ 二 ≡ ≡ ○ ○ 爲股圓差。又倍之。得 十 ○ ≡ ≡ ○ ○ ○ 爲兩个股圓差、於上。乃以天元減甲東行。得 ○ 二 ○ 爲勾圓差。以乘上位。得下式 ≡ 十 ○ ≡ ○ ○ ○ ○ 爲城徑冪。寄左。然後倍天元一。以自之。與左相消。得 ○ 十 ≡ ○ ○ ○ ○ ○ 開平方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。〔案〕此係得數各升一位。然後開平方。

又法。併二數。以二數差乘之。開方。得底股。復以甲東行二百步乘之。爲實。併二數而半之。以爲法。如法。得二百四十步。卽城徑也。合問。此用股上容圓求之。比前法極爲簡易。

或問乙從乾隅南行不知步數而止。甲出北門。東行二百步。望見之。復就乙斜行六百八十步。與乙相會。問荅同前。

法曰。併二行。以二行差乘之。內減二行差冪。爲實。併二行步及二行相減數。〔案〕乙斜行。即倍。爲從。二步常法。得半徑。

草曰。識別得斜行六百八十步。即大弦也。其二行相減餘四百八十步。即半圓徑與大差共數也。〔銳案〕元本脫此句。今據第三卷第八問之例補。立天元一爲半城徑。副置之。上位加二行相減數。得 。爲大股也。下位加甲東行步。得 。爲大勾也。乃以大股自增乘。得 。爲大股冪。寄左。乃併大勾大弦。得 。於上。又以大勾減大弦。得 。爲大差。以乘上位。得 。爲同數。與左相消。得 。開平方。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

又法求大差。

法曰。二行差自乘。爲實。置二之二行差於上。乃以甲東行步減二行差。又半之。以減於上。爲益方。〔案〕三因斜行步。二因東行步。相減。折半。亦同。半步常法。

草曰。立天元一爲大差。減於二行差。得 。爲半城徑。以自之。得 。爲半徑冪。寄左。乃以半城徑減於甲東行。得下式 。爲小差。又以天元乘之。得 。又半之。得 。爲同數。與左相消。得下式 。以平方開之。得三百六十步。即大差也。合問。

或問乙出東門。不知步數而立。甲出北門。東行二百步。望見乙。復就乙斜行一百三十六步。與乙相會。問答同前。

法曰。甲東行步內、減二之二行差。（案）倍斜行步・內減東行步・亦同・餘以乘甲東行。爲實。一步常法。得半徑。

草曰。別得二行相減。餘六十四步。卽半徑爲股之勾。立天元一爲半城徑。就以爲股率。其二行差。卽勾率也。乃置甲東行步。加天元。得 元 二〇〇 爲大勾。以天元股率乘之。得一 二〇〇元 合以勾率除之。不受除。便以此爲大股。內帶勾率分母・乃倍天元。以勾率乘之。得 二〇〇元 以減大股。得一 二〇〇元 爲一个大差、於上。內帶勾率分母・乃以天元減甲東行。得 太 二〇〇 爲小差。以乘上位。得 十 二〇〇 三〇〇元 爲半段黃方冪。內寄勾率爲母・寄左・然後以天元自之。又以勾率乘之。又倍之。得 二〇〇 九〇元 爲同數。與左相消。得下式。

十 〇 三〇〇。以平方開之。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問乙出東門。直行一十六步而止。甲出北門。東行二百步。望見乙。與城參相直。問答同前。

法曰。二行步相減。餘以自乘。內減乙東行冪。爲實。二之甲東行。爲益從。一步隅法。得半徑。

草曰。立天元一以爲半城徑。加乙行步。併以減於甲行步。得 太 二〇〇 爲平勾率。其天元半徑。卽平股率也。乃置乙東行一十六步。爲小勾。以股率乘之。得 二〇〇元 合以勾率除之。今不受除。便以此爲小股。內帶勾率分母・又置乙東行。加二天元。得 三元 二〇〇 爲大勾。以股率乘之。得二 二〇〇元 合以勾率除之。今不受除。

便以此爲大股。（內寄勾率爲母。）以此小股大股相乘得 三二 二三下 ○上 爲半徑冪。（內寄勾率冪爲母。）寄左。然後以勾率冪乘天元冪得 一 三五半 三三二 ○上 爲同數。與左相消。得 一 半上 ○ 二三 ○○ 開平方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。（〔案〕此係得數各降二位。然後開平方。）

或問甲乙二人同出北門。向東行。至東北十字道口分路。乙折南行一百五十步而立。甲又向東行。甲前後通行了二百步。迴望乙。恰與城相直。問各同前。

法曰。以二行步相乘。於上。又以南行步乘之。爲實。二行步相乘。於上。又以乙南行、減於甲東行、得數。復以乙南行乘之。加上位。共爲法。得半徑。

草曰。立天元一爲半城徑。副之。上位、加甲行步。得 ○下 二○○ 爲大勾也。下位、減於甲行步。餘 左下 二○○ 爲小勾也。其乙折行卽小股也。置大勾。以小股乘之。得 ○○下 三○○○○ 內寄小勾 左下 二○○ 爲母。便以爲大股也。再置天元。以母乘之。得 十 二○○上 減於大股。餘 一 半上 三○○○ 爲半个矮梯底、於上。（內寄小勾爲母。）再置乙折行步。內減天元。得 左下 三○ 爲半个矮梯頭。以乘上位。得 十 二○○ 三半下 三○○○○ 爲半徑冪。寄左。乃以小勾分母乘天元冪。得下式 十 二○○ 上 爲同數。與左相消。得 三半下 三○○○○ 上法下實。如法而一。得一百二十步。卽城之半徑也。合問。

又法。

法曰。二行步相乘。爲實。倍甲東行、內減乙南行。爲法。

草曰。立天元一。爲半圓徑。副之。上位加甲東行。得 。爲小勾。此小勾。便是勾圓差也。其乙南行。卽小股也。置大勾以小股乘之。得下式。 。內寄小勾 。爲母。便以爲大股也。再置天元。以二之。又以分母乘之。得 。爲全徑。以減於大股。餘 。爲股圓差也。合以勾圓差乘之。緣內已有小勾分母。故不須更乘。便以此爲兩段之半徑冪也。更無分母。寄左。再置天元。以自之。又二之。得 。爲同數。與左相消。得 。上法下實。得一百二十步。卽半城徑也。合問。

或問。見底勾二百步。明弦一百五十三步。問荅同前。

法曰。半底勾乘明弦。爲平實。併二云數而半之、爲從。五分常法。得明勾。

草曰。立天元一。爲明勾。加明弦。得 。爲高股也。又以天元減底勾而半之。得下式。 。爲平勾也。股勾相乘。得 。爲半徑冪。寄左。然後以天元乘底勾。得下式。 。爲同數。與左相消。得 。開平方。得七十二步。卽明勾也。以明勾乘底勾。爲平方實。如法開之。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問。見底勾二百步。直弦三十四步。問荅同前。

法曰。底勾重弦相減。餘倍之。內減去底勾。（案）倍重減底勾亦同。復以底勾乘之、於上。又以重弦冪乘上位。爲三乘方實。倍底勾。以重弦冪乘之。爲從二云數相減。餘以自之。爲第一廉。二云數相減。餘又倍之。爲第二益廉。一步隅法。得重股。

草曰。立天元一爲重股。加重弦。得 𝍠 𝍡 爲平勾。以平勾減底勾。餘 𝍠 𝍢 爲平弦。以倍之。得 𝍠 𝍡 於上。又重弦自乘。得一千一百五十六。爲分母。以乘上位。得 𝍡 𝍠 𝍢 爲帶分半徑冪。寄左。然後置黃長弦。以天元乘之。得 𝍢 𝍡 合以重弦除之。不除。寄爲母。便以此爲全徑也。以半之。得 𝍢 𝍢 爲半徑。（內帶重弦分母。）以自之。得 𝍡 𝍠 𝍢 爲同數。與左相消。得 𝍡 𝍡 𝍢 𝍡 𝍠。

開三乘方。得三十步。卽重股也。餘各依數求之。合問。

又法。底勾內減二重弦。復以底勾乘之。復以重弦冪乘之。爲三乘方實。餘廉從並與前同。

草曰。識別得二數相減。餘一百六十六。爲平勾。虛弦共。又爲平弦。重股共。於此餘數內、又去半徑。卽重和也。重和重弦相併。卽勾圓差也。相減則重黃方也。又倍重弦。加重黃。亦得勾圓差也。底勾內減重股。餘卽小差弦也。立天元一爲重股。減於云數相減數。得 𝍠 𝍢 爲平弦。以平弦減底勾。得 𝍠 𝍡 卽平勾。以平勾、減於云數相減數。得 𝍠 𝍡 卽虛弦。以天元又減虛弦。得 𝍠 𝍡 卽明勾也。

乃置平弦以天元乘之得十 合重弦除不除寄爲母便以此爲平股也（即半徑）平股自之得一 爲半徑冪（內帶重弦冪分母寄左）然後置底勾以明勾乘之得 又以重弦冪一千一百五十六通之得下式 爲同數與左相消得一 廉從一一如上

或問見底勾二百步平弦一百三十六步問荅同前

法曰倍平弦內減底勾復以底勾乘之開平方得半徑

草曰立天元爲半徑先倍平弦內減底勾餘 爲明勾復以底勾乘之得 爲半徑冪寄左然後以天元冪爲同數與左相消得十 開平方得一百二十步又倍之即城徑也合問

或問底勾二百步高弦二百五十五步問荅同前

法曰底勾冪乘高弦爲立實底勾冪爲從高弦爲廉一爲隅得半徑

草曰識別得高弦即皇極股也立天元一爲半徑副之上位加高弦得 即底股也下位減於高弦得 即明股也置明股以底勾乘之得 合以底股除不除寄爲母便以此爲明勾又以底勾乘之得 爲半徑冪（內帶底股分母寄左）然後以天元冪乘底股得
與左相消得十 開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問底勾二百步重勾重弦和五十步問荅同前

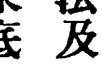
法曰以二云數相減餘加底勾復以減餘乘之半之於上以減餘自之減上位爲實併云數半之爲法得重股

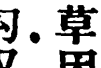
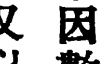
草曰別得二數相減餘 爲小差股 立天元一爲重股減於小差股得 即半徑也又以天元減半徑得 爲虛股於上又以半徑加底勾得下 爲通勾於下上下相乘得 折半得 爲半徑冪寄左然後以半徑自之得下式 上法下實得三十步即重股也合問

或問見底勾二百步明股明弦和二百八十八步問荅同前

法曰二數相減又半之得數又減於底勾餘爲泛率以泛率自之又倍之於上位又二數相減而半之以乘和步所得減於上位爲實倍泛率於上位又半底勾減和步加上位爲法得明勾

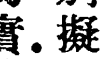
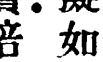
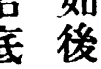
草曰別得和步得明勾爲大差也大差得底勾爲二中差（銳案）此數偶合於新設四率俱不通立天元一爲明勾加和步得 爲股圓差也即大差內又加底勾得 折半得 即通勾通股差也此即中差置大差減中差得下 即小差也大小差相乘得 爲半段圓徑

冪寄左。乃置底勾內減小差。得  爲半徑。以自之。得 倍之。得下式。

 爲同數。與左相消。得  上法下實。得七十二步。卽明勾也。合問。

〔案〕此條法草。與三卷末、以小差邊股共爲二中差者同誤。依問另設於後。

法曰。以底勾乘明股弦和冪。爲實。倍底勾。以明股弦和、乘之。加入明股弦和冪。爲從。倍明股弦和。內減底勾。爲廉。一爲隅。開帶縱立方。得明勾。

草曰。別得明弦。得明勾。爲高股。高勾卽半徑也。底勾爲平勾弦和。明勾爲平勾弦較。平股卽半徑也。立天元一爲明勾。自之。得  應以明等弦和除之。不除。便以爲明股弦較。（內寄明股弦和分母。）明股弦和自之。得  爲股弦和。以加股弦較。得  爲倍明弦。以分母乘倍天元。得 爲倍明勾。與倍明弦相加。得 爲倍高股。置底勾。減天元。得 爲倍平勾。與倍高股相乘。得 爲城徑冪。（內寄明股弦和分母。）寄左。又倍天元。與倍底勾相乘。得 以寄分母乘之。得 爲相同數。與左相消。得 開立方。得明勾。合問。

〔銳案〕此法及草。因數偶合而誤。別擬如後。

法曰。和步乘底勾。又以和步乘之。爲實。倍底勾。加和步。又以和步乘之。爲從。倍和步。內減底勾。爲廉。

一常法開立方得明勾 上三

草曰底股底弦和內減和步卽黃長股弦和也底勾得明勾卽黃長弦也黃長股卽圓徑明弦上三事和卽大差 立天元一爲明勾以和步乘底勾得 以明勾除之得 爲底股底弦和也內減和步餘 爲黃長股弦和也以天元加底勾得 爲黃長弦以減黃長股弦和餘 爲圓徑倍底勾內減圓徑得 爲兩个小差、於上以和步加天元得 爲一个大差、於下上下相乘得下式 寄左・然後以天元乘底勾又四之得 爲同數與寄左相消得下式 開立方得七十二步卽明勾也合問

測圓海鏡細草卷第五

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

大股一十八問

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從乾隅南行六百步望乙與城參相直問荅同前

法曰倍二行差內減甲南行步復以乘甲南行步爲實（倍二行差減甲南行步即是甲南行步內減二之乙南行也）四之甲南行步內減二之乙南行爲從方四益隅（〔銳案〕元本脫四益隅三字今據卷第六第一問法之例補）開平方得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之加乙南行步得 爲中股以中股又減於甲南行步得 爲股率其天元半徑即勾率也置甲南行爲大股以勾率乘之得 減於大勾餘 合以股率除之不受除便以此爲大勾（內帶股率分毋）再置天元以二之以股率乘之得 減於大勾餘 爲勾圓差（內有股率分毋）又以二之天元減甲南行得 爲大差以乘上位得 爲半段黃方冪（內寄股率分毋）寄左然後以天元自之又以股率乘之又倍之得 爲同數與左相消得下式 開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步而止甲從乾隅南行六百步望乙與城參相直問荅同前

法曰云數相乘爲平實甲南行爲從二益隅得半徑

草曰別得虛勾乘通股得半段圓徑冪此與虛股乘通勾同立天元一爲半徑內減乙東行得 上 一 爲虛勾以乘甲南行得 一 一 一 爲半段徑冪寄左再以天元爲冪又倍之爲同數與左相消得 一 一 開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門直行一十六步甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰以乙東行乘甲南行冪爲實二之乙東行乘甲南行爲從方廉空二步隅法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以二之加於乙東行得 一 一 爲勾率又以天元減甲南行得 一 一 爲股率乃置乙東行以股率乘之得 一 一 一 合以勾率除不除便以此爲小股此小股即半梯之頭也內帶勾率分母又以股率乘之此股率即半梯之底也乘訖得 一 一 一 一 爲半徑冪內帶勾率分母寄左然後置天元冪以勾率通之得 一 一 一 爲同數與左相消得 一 〇 一 一 開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅南行六百步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實以乙南行從一步常法得半徑

草曰立天元一爲半徑以減於甲南行得 一 一 爲半梯底以乙南行三十步爲半梯頭以乘之得

為半徑冪。寄左。乃以天元冪與左相消。得

開平方。得一百二十步。即半城徑也。合問。

或問乙從艮隅。南行一百五十步而立。甲從乾隅。南行六百步。望見乙。問荅同前。

法曰。二行步相乘。為實。并二行步為法。得半徑。

草曰。立天元一為半徑。副置之。上以減於乙南行。得

為半梯底。上下相乘。得

為半徑冪。寄左。乃以天元冪與左相消。得下式。

上法下實。如法而一。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問乙從艮隅東行八十步而立。甲從乾隅南行六百步望見乙。問荅同前。

法曰。二行步相乘。又倍之。為實。二之乙東行為從。一步常法。得全徑。

草曰。別得乙東行八十步。即小差也。立天元一為城徑。減於甲南行步。得

為大差。以乙東行步乘之。得

又倍之。得

為城徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得

開平方。得二百四十步。即城徑也。合問。

或問南門東。不知遠近。有樹。甲從乾隅南行六百步望樹。與城參相直。復就樹斜行四百八步至樹。問荅同前。

法曰。兩段（〔銳案〕元本脫兩段二字。今據卷第六第七問法之例補。）南行步冪內減兩段兩行相乘數。爲實。二之南行步爲從。一步益隅。

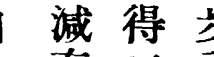
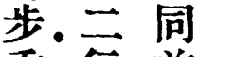
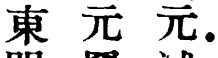
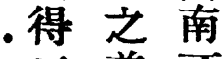
草曰。別得南行步內減城徑。卽小股也。其斜行步。卽小弦也。又二行相減。卽大差爲股之勾也。乃立天元一爲圓徑。以減南行步。得 [illegible] 爲股圓差也。（合爲小股。）置南行步。以斜行步乘之。得 [illegible] 合以小股除之。不受除。便以此爲大弦。（內帶小股分母。）再置南行步。以小股乘之。得 [illegible] 爲大股。（亦帶小股分母。）以大股減大弦。得 [illegible] 爲小差也。合以大差乘之。緣於內帶大差分母。更不須乘。便以爲半段黃方冪。（更無分母。）又二之。得 [illegible] 爲一段黃方冪。（寄左。）然後以天元冪爲同數。與左相消。得 十 [illegible] 開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

依前問。假令乙出南門東行不知步數而止。甲從乾南行六百步。望乙與城相直。復就乙斜行四百八步。

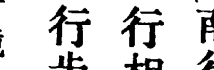
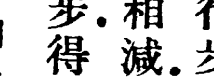
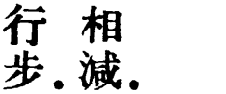
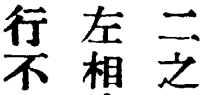
（〔案〕此卽前問。以明又法。）

法曰。二行差冪。乘甲南行。爲實。二之二行差。以乘南行步。爲益方。二之二行差爲隅。得半徑。

草曰。識別得二行相減。卽半城徑與乙東行共也。得此數。更不須用斜。立天元爲半徑。減於二行差一百九十二。得 [illegible] 卽半梯頭也。又以二天元減甲南行步。得 [illegible] 爲股率。又以一百九十二爲勾率。乃置甲南行。以勾率乘之。得 [illegible] 合股率除。不除。便以此爲大勾。（內寄股率分母。）再置天元。

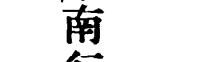
以股率乘之得  以減於大勾得  爲半梯底也頭底相乘得下  爲半城徑冪也內寄股率分母寄左然後以股率乘天元冪爲同數與左相消得  開平方得一百二十步即半城徑也合問

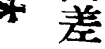
或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅南行六百步見樹復向樹斜行五百一十步至樹問荅同前

法曰二之差步乘二之甲南行爲實併二之差步二之甲行步爲從二益隅若欲從簡上下俱折半  爲梯頭於上又以天元減於二之甲行步得  爲梯底上下相乘得  爲圓徑冪寄左然後以天元冪與左相消得  開平方得二百四十步即城徑也合問

或問乙出東門直行不知步數而立甲從乾隅南行六百步望見乙復就乙斜行五百四十步與乙相會問荅同前

法曰以二行步相減乘甲南行步得數又半之南行步以乘之爲實以二行差乘南行步於上又以半之南行步乘南行步加於上爲從方二之南行步爲益廉一步常法得半徑

草曰別得二行相減即平積上勾股較此股即半徑也又別得是大勾圓差不及平弦數立天元一以爲半城徑以減南行步得 爲中股其斜行步即中弦也乃立半城徑以斜行步乘之得  合

以中股除。今不受除。便以此爲平弦。（內帶中股分母。）又以二行步相減。餘五十六步。爲勾圓差。不及平弦數。置此數。以中股乘之。得 復以減平弦餘得爲小差。（內帶中股分母。）乃以二天元減甲南行步爲大差。又半之。得  以乘小差。得 爲半徑冪。（寄左。）然後以天元自乘。又以中股通之。得 爲同數。與左相消。得 開立方。得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。（翻法在記。）

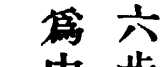
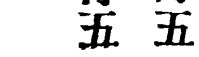
或問甲乙二人。俱在乾隅。乙東行不知步數而立。甲南行六百步。望見乙。復就乙斜行六百八十步。與乙相會。問荅同前。

法曰。以二行差乘二行併。開平方。得數。內復減二行差。得全徑。

草曰。別得二行相減。即勾圓差也。先求大勾。立天元一爲大勾。以二行相減。餘八十步。以乘二行相併數一千二百八十步。得 爲勾冪。開平方。得三百二十步。即大勾也。大勾內減去勾圓差。餘二百四十步。即城徑也。合問。

或問南門外。不知遠近。有樹。甲從乾隅。南行六百步。望樹與城參相直。復就樹斜行二百五十五步。至樹。問荅同前。

法曰。倍二行相減數。內減甲南行。得數。復以乘甲南行。爲實。倍二行相減數。爲從。二步益隅。得半徑。

草曰。識別得斜行步。乃是樹至城心之數也。立天元一爲半徑。加斜行步得  爲樹至城北門之步也。乃以減於甲南行得 爲小股率。其天元半徑。卽小勾率。其斜步。卽小弦數也。再置甲南行步。內減天元。得 爲梯底。於上又置梯底內減二之小股率。得 卽梯頭也。復以乘上位。得 爲半徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得下式  開平方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問東門外。不知步數。有槐樹一株。甲從乾隅南行至柳樹下。望見槐樹。復斜行至槐樹下。甲自云我共行了一千一百四十四步。乙從艮隅東行。望見槐樹。與城相直。復斜行至槐樹下。乙自云我東行步。不及斜行五十六步。問荅同前。

法曰。甲斜行。減於甲南行。以乘甲南行。得數。復以乘二之甲南行。爲實。半之甲南行。以乘二之甲南行、於上。甲斜行。減於甲南行。餘復以乘甲南行。又倍之。加上位。爲從方。二之甲南行爲益廉。五分隅法。（案）五分隅法。卽半个方。

草曰。識別得五十六步。是小差不及平弦數。此小差。卽勾圓差也。又爲平弦上勾股差。又爲甲斜行不及大股。乃副置甲共行在地。其上位加五十六步而半之。得六百步。卽大股也。其下位減五十六步而半之。得五百四十四步。卽今弦也。立天元一爲圓徑。以半之。減於甲南行步。得 爲中股。其斜行五

百四十四步。即中弦也。乃立半天元。以斜步乘之。得 合以中股除之。今不受除。便以此爲半弦。（內寄中股分母。）又置勾圓差不及半弦數。以中股乘之。得 復以減於半弦。 爲小差。（內帶中股分母。）又以天元減甲南行。倍之得 爲兩个大差。以乘小差。得 爲圓徑冪。寄左。然後以中股乘天元冪。得下式 爲同數。與左相消。得 開立方。得二百四十步。即城徑也。合問。（翻法在記。）

或問出東門。向南行。不知步數。有柳樹一株。甲從乾隅南行六百步。望見柳樹而止。乙出東門。直行不知步數。望見柳樹。與甲相直。却斜行三十四步。至柳樹下。問荅同前。

法曰。斜行乘甲南行數。以乘甲行冪。爲實。斜行乘甲南行冪。又三之。爲從方。甲行冪內、減兩段斜行南行相乘數。（案）甲南行內、減二之乙斜行、以甲南行乘之。爲第一廉。二之南行步。爲第二益廉。二步常法。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。以二之。減甲南行。得 爲大差。以自之。得 爲大差冪。加於南行冪。得 又半之。得 爲大弦也。內帶大差 分母。別寄。又置乙斜行。以大股六百步乘之。得 合大弦除。不除。便以此爲小股也。（內帶大弦分母。）乃以天元減甲南行。得 即半梯底也。以乘小股半梯頭。得 爲半徑冪。於上。此半徑冪

內有大弦分母。緣別寄大弦分母。元帶大差分母。故又用大差分母 左旁 一〇〇 乘上半徑冪。得 爲帶分半徑冪也。所帶之分。謂只帶大弦分母也。寄左。然後以大弦乘天元冪。得 爲同數。與左相消。得 一一 一〇 開三乘方。得一百二十步。卽半城徑也。合問。

〔案〕此條寄分內。又帶寄分。則以所帶之分乘本條。仍以寄分乘次條者、益寄分爲應除本條之數。而寄分內所帶之分。又爲應除寄分之數。今不除寄分。而乘本條。則猶是寄分乘次條之理也。乘除之變至斯而極矣。

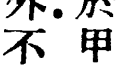
又法。置甲行冪、於上。又置甲行冪半之。以乘上位。爲實。以斜行乘甲行冪。倍之、於上位。又以甲行再自乘。加上位。爲益方。置甲行冪、於上。以斜行乘甲南行。倍之。以減上位。爲第一廉。甲南行步。爲第二益〔鋭案〕元本脫益字。今補。廉半步常法。得股圓差。

草曰。立天元一爲股圓差。卽大差。以自之爲冪。以加甲南行冪。得 一 半之。又以天元除之。得 爲大弦。其甲南行。卽大股也。別置乙斜行三十四步。以大股乘之。得 合大弦除。不除。便以爲小股。內寄大弦分母。乃以天元加甲南行步。得 一 爲全梯底也。以乘小股半梯頭。得 又倍之。得 爲城徑冪。內寄大弦爲母。寄左。乃置天元大差。減甲南行。餘爲圓徑。

以自之得一 又以大弦分母乘之得 開三乘方得三百六十步即股圓差也以股圓差減甲南行餘二百四十步即城徑也合問

或問甲從乾隅南行六百步而止丙從南門直行乙出南門東行各不知步數而立甲望乙丙悉與城參相直既而乙就丙斜行一百五十三步相會問荅同前

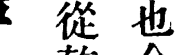
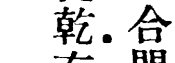
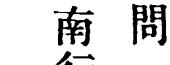
法曰以甲南行步再自之於上以斜行步乘甲南行冪又倍之減上位為立方實南行步自之又四之於上以斜步乘甲南行又倍之減上位為益從六之甲行步為從廉四步虛常法得半徑

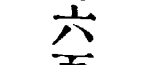
草曰立天元一為半徑以二之減於甲南行得 為大差也以自之得 為大差冪也乃置甲南行冪內加大差冪而半之得 為大弦也（內帶大差分母）又置甲南行冪內減大差冪而半之得 為大勾也（亦帶大差分母）乃置斜行步在地以大勾乘之得 合以大弦除不除便以此為小勾內帶大弦為母（其大勾內元有大差分母不用）即半梯頭也（寄上位）再置天元半徑以大差乘之得 以減於大勾得 為半梯底也以乘上位得 為半徑冪也（內帶大差及大弦為母）寄左然後置天元冪以大差通之又以大弦通之得
爲同數與左相消得

開立方得一百二十步即半城徑也合問

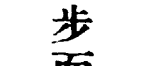
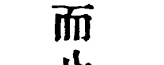
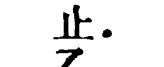
依前問假令南門外有樹乙出南門東行不知步數而立（只云乙東行步少於樹去城步）甲從乾隅向南行六百步望樹與乙悉與城參相直乙就樹斜行一百五十三步至樹下問荅同前

法曰以斜行步乘甲行冪爲立方實以甲行冪半之於上以斜行步乘甲行步減上位爲益從廉無入（〔銳案〕無入謂無對也見九章算術注元本誤作人今改正）五分虛隅得大勾大弦差

草曰別得斜步即小弦小弦得小和即勾弦差也立天元一爲股圓差以自之爲冪副之上以加甲南行冪而半之得

爲大弦也（寄大差分母）下以減於甲南行冪而半之得下式

爲大勾也（寄大差分母）乃置斜步以大勾乘之得下

合大弦除不除便以此爲小勾寄大弦分母又置斜步以甲南行乘之得

合以大弦除爲小股不除而又以同母分通之得

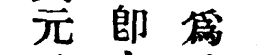
爲同分小股也（只寄大弦分母）注大股乘時無大差分母故今通之以齊大勾上所有大差分母也又置斜步以大弦通之得

爲通分小弦也三位相併得

爲股圓差也寄左然後置天元大差以大弦分母通之得

爲同數與左相消得

○

爲同數與左相消得三百六十步即股圓差也以股圓差減於甲南行步即城徑也合問

或問東門外不知步數有樹甲從乾南行六百步而止乙出北門東行斜望樹及甲與城參相直却就樹

斜行一百三十六步。問蒼同前。

法曰。二行步相乘。於上。又半甲南行乘之。爲實。二行相乘。於上。又半甲南行。以乘甲南行。加上位。爲益從。甲南行。爲從廉。一步益隅。開立方。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。便以爲小股。其斜行步。卽小弦也。乃以甲南行爲大股。以小弦乘之。復以天元除之。得 卽大弦也。又倍天元。減甲南行。餘 爲大勾也。又倍天元。以減勾。得 爲小差也。却以半大差 乘之。得 爲半徑冪。寄左。乃以天元冪相消。得下式。  開立方。得一百二十步。卽半徑也。合問。

或問南門外。不知步數。有槐樹一株。東門外。不知步數。有柳樹一株。槐柳二樹相去二百八十九步。有人從乾南行六百步而止。斜望槐柳與城參相直。問蒼同前。

法曰。云數相乘。得又自增乘。爲三乘方實。斜步冪乘南行步。又二之。爲益從。二云數相乘。又倍之。〔案〕此下。脫內減斜步冪五字。○〔銳案〕此案非。蓋正文本不脫也。爲益廉。二之斜步。爲第二從廉。二步常法。得槐至城心步。

若曰。別得槐樹至城心步。卽人所止、至槐樹步也。乃立天元一爲槐樹至城心步。卽人至槐處。加於斜步。得 爲邊弦也。以天元乘之。得 合斜步除。不除。便以此爲邊股。寄斜步分母。又以斜步乘南

行步得 爲大股以邊股減之餘十 爲半城徑（寄斜步分母）以自之得一 爲半徑冪（內帶斜步冪分母）寄左又以天元減斜步得 爲重弦以天元乘之得十 合斜步除不除寄爲母便以此爲半梯頭以邊股半梯底乘之得十〇 爲同數與左相消得一 開三乘方得二百五十五步即槐樹至城心之步也亦爲皇極正股又自之得數以減斜冪餘如平方而一得城心至柳樹步又爲皇極正勾也勾股相乘倍之爲實如斜步而一即城徑也合問

或問甲從乾南行六百步而立乙出南門直行丙出東門直行三人相望俱與城相直而乙丙共行了一百五十一步問荅同前

法曰甲南行爲冪折半又以自之爲實倍共步加甲南行以乘半段甲行冪爲從方甲行乘共數爲從廉一个半甲南行爲第二益廉二分五釐爲三乘方隅

草曰識別得共步加城徑即皇極和也又是半徑爲勾之弦、與半徑爲股之弦、相和步也二之此數內減去大弦即皇極勾股內黃方面也亦爲太虛弦乃立天元一爲大差以自之副置二位上位減於甲南行冪以天元除之又折半得 爲大勾也下位加甲南行冪以天元除之又折半得 爲大弦也其甲南行即大股也併大勾大股得下式 即大和也再

立天元。減甲南行。得 十 即圓徑也。加共步。得 即皇極和。又是半徑爲勾之弦、及半徑爲股之弦、共數也。又倍之。得 即全徑爲勾之弦、及全徑爲股之弦、共數也。內減大弦。得 即小和內黃方面也。乃置大和 以小黃方面乘之。得 合以小和除之。不除。便以此爲大黃方也。內寄小和爲母。寄左。然後以天元減甲南行。得 爲大黃方。以小和乘之。得 爲同數。與左相消。得 開三乘方。得三百六十步。即股圓差也。以股圓差減於甲南行。餘二百四十步。即城徑也。合問。

或問丙出南門東行。乙出東門南行。各不知步數而立。甲從乾隅南行六百步。斜望乙丙。悉與城參相直。乙就丙斜行一百二步。相會。問荅同前。

法曰。以斜步乘甲南行冪。又倍之。爲實。倍甲行冪、於上。又以斜步乘二之甲南行。加於上。爲從方。四之甲南行。爲益廉。四步常法。開立方。得半徑。

草曰。別得斜步爲小弦也。以斜步減圓徑。餘爲小和也。乃立天元爲半徑。以二之。減於甲南行。得 爲大差也。以自之。得 爲大差冪也。置甲南行冪 內加大差冪而半之。

得一一 爲大弦也。（內帶大差爲分母。）又置甲南行冪。內減大差冪而半之。得十 爲大勾也。（帶大差分母。）又以大差乘股六百步。得 併入大勾。得十 爲大和也。（帶大差分母。）乃先以小弦乘大和。得下式。 寄左。又以小和一 乘大弦。得三 爲同數。與左相消。得下三二 開立方。得一百二十步。即半徑也。合問。

依前問。假令乙出東門南行。丙出南門東行。各不知步數而立。（只云丙行步。乙行步。）甲從乾隅南行六百步。望乙丙與城參相直。乙復斜行就丙。行了一百二步。與丙相會。問荅同前。

法曰。以斜步乘甲行冪。又倍之。爲立方實。甲行冪內加斜行南行相乘數。爲從方。甲南行爲益廉。半步爲隅。得全徑。

草曰。別得相就步。即小弦也。小弦得小和。爲直徑也。立天元一爲城徑。以減於甲南行步。得○爲大差。以自之。得一 爲大差冪也。置甲南行步。以自之爲冪。副之。上以加大差冪而半之。得爲大弦也。（內寄大差分母。）下以減大差冪而半之。得○爲大勾也。（內寄大差分母。）乃置相就步在地。以大勾乘之。得三十合大弦除。不除。寄爲母。便以此爲小勾也。寄大弦母。又置斜步。（即相就步也。）以甲南行乘之。得合以大弦除之。不除。寄爲母。便以此爲小股。而又以元分母大差乘之。得爲同分小股也。只寄大弦分母。（其大勾內。元有大差分母。其大股內。却無分母。故今乘

過・復以大差通之・齊分母也・又置斜行步・以大弦通之・得爲小弦也・上三位相併・得爲城徑也・內寄大弦寄左・然後置天元以大弦通之・得爲同數・與左相消・得開立方・得二百四十步・卽城徑也・合問・